

INTEGRACIÓN DE LA TECNOLOGÍA EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS APLICADOS A LA ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS

Dra. Wanda Velázquez

RESUMEN

Se investigan los procesos de pensamiento de los estudiantes cuando resuelven problemas de aplicación de administración de empresas y tienen disponible la calculadora gráfica. El diseño se fundamenta en un estudio de caso múltiple en el cual participaron cuatro estudiantes que tomaron el curso Métodos Cuantitativos para Administración de Empresas I (MECU 3031) en la Facultad de Administración de Empresas de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, durante el primer semestre 2011-2012.

Para recopilar los datos se entrevistó a cada uno de los estudiantes en momentos diferentes. Se transcribieron las verbalizaciones de los estudiantes y se usaron categorías para analizar los datos usando el modelo para realizar los análisis de protocolo diseñado por Schoenfeld (1985) y adaptado por Mesa (1996). Esta metodología y técnicas para recopilar y analizar la información servirán de ayuda a futuras investigaciones relacionadas con el tema de estudio.

La investigación es una aportación valiosa a la enseñanza y a las investigaciones relacionadas con las matemáticas y con el uso de la tecnología, particularmente en el nivel universitario.

PALABRAS CLAVES: Tecnología, calculadora gráfica, solución de problemas, precálculo, métodos cuantitativos

INTRODUCCIÓN

En el presente estudio se investigan los procesos de pensamiento de los estudiantes cuando tienen disponible la calculadora gráfica. Particularmente, se describen los procesos de pensamiento de los participantes cuando resuelven problemas de aplicación de diferentes temas del curso Métodos Cuantitativos para Administración de Empresas I (MECU 3031) que se ofrece en la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras.

Los resultados que se desprenden de la investigación ayudarán a entender el rol que desempeña la integración de la tecnología, como la calculadora gráfica, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular a nivel universitario. Cada día, la tecnología está forzando a que se revalúe no sólo los temas que se enseñan, sino el orden en que se enseñan, el enfoque que se sigue cuando se introduce el tema y cómo se evalúa el aprendizaje del estudiante.

REVISIÓN DE LITERATURA

La matemática ha desempeñado un rol importante en el desarrollo de la sociedad. No obstante, la enseñanza de esta disciplina enfrenta a diario nuevos retos. Uno de los problemas que enfrenta el profesor de matemáticas de todos los niveles es que muchos estudiantes no poseen las destrezas necesarias para trabajar exitosamente en esta disciplina. En el caso particular del Recinto de Río Piedras de la Universidad de Puerto Rico se ha encontrado que existe un alto por ciento de fracasos de los estudiantes en los cursos cuantitativos, como lo son precálculo y cálculo (Aponte, Pagán, Quintero, Balet, Nazario y Velázquez, 2003). Específicamente, el porcentaje de fracasos en el curso MECU 3031 que ofrece la Facultad de Administración de Empresas, durante los años académicos 2002-2003 al 2009-2010, se mantuvo en alrededor de un 54% durante el primer semestre y un 57% durante el segundo semestre, como

ilustra la Tabla 1. Se considera fracaso darse de baja, recibir incompleto u obtener una nota de D o F en el curso.

Tabla 1

Porcentaje de fracasos en el curso MECU 3031 por año académico

Año académico	Primer Semestre	Segundo Semestre
2002-2003	$\frac{210}{372} = 56\%$	$\frac{198}{370} = 54\%$
2003-2004	$\frac{248}{425} = 58\%$	$\frac{241}{414} = 58\%$
2004-2005	$\frac{267}{523} = 51\%$	$\frac{191}{384} = 50\%$
2005-2006	$\frac{245}{462} = 53\%$	$\frac{215}{354} = 61\%$
2006-2007	$\frac{217}{422} = 51\%$	$\frac{152}{244} = 62\%$
2007-2008	$\frac{235}{462} = 51\%$	$\frac{185}{316} = 59\%$
2008-2009	$\frac{252}{477} = 53\%$	$\frac{194}{349} = 57\%$
2009-2010	$\frac{294}{504} = 58\%$	$\frac{208}{368} = 57\%$

Varios estudios sugieren que parte de las dificultades que exhiben los estudiantes se debe a la forma en que se enseña (American Mathematical Association of Two-Year Colleges [AMATYC], 1996, 2006; Grupo IV ACE/Kellog, 2001; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, 2005). Estos autores coinciden en señalar que tradicionalmente el énfasis del currículo de matemáticas ha estado dominado por la memorización de hechos, procedimientos aislados y destrezas que requieren cálculos con lápiz y papel.

Los resultados de un estudio focal que se realizó en el verano del 1999 con profesores del Recinto de Río Piedras de la Universidad de Puerto Rico, indican que muchos de los enfoques

tradicionales que se utilizan en el salón de clases y en el diseño de los currículos no son efectivos para lograr los objetivos de razonamiento cuantitativo en los estudiantes universitarios. Tradicionalmente el enfoque ha sido de realizar ejercicios mecánicamente y no resolver problemas que requieran análisis (Grupo IV ACE / Kellogg, 2001).

Varios autores (Demana y Waits, 2000; Grupo IV ACE/Kellogg, 2001; NCTM, 2000, 2005; Romberg, 1998; Schoenfeld, 1994) sugieren que se cambie la forma de enseñar las matemáticas. El NCTM (2000) recomienda que se debe cambiar el énfasis de un currículo dominado por la memorización de hechos y procedimientos aislados y destrezas que requieran cálculos a lápiz y papel a uno que enfatice en las estructuras conceptuales, las representaciones y conexiones múltiples, la creación de modelos matemáticos y la solución de problemas.

De igual manera, el Grupo IV ACE Kellogg (2001) recomienda que el enfoque de la enseñanza debe ser uno que requiera destrezas con sentido, en contexto y en el momento que son de mayor beneficio para el estudiante. El énfasis debe estar dirigido hacia la *interpretación*, la *comprensión* y la *evaluación*. Sugiere, además, que se debe integrar el uso de la tecnología para fortalecer el aprendizaje.

Varios autores (AMATYC, 1996, 2006; Demana y Waits, 2000; Ellington, 2006; Howard, McGee y Schwartz, 2000; Martin, 2008; NCTM, 2000, 2005; Schwartz, 1999; Vásquez, 2007) coinciden en señalar que el uso apropiado de algunos instrumentos tales como las computadoras y calculadoras es esencial para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Cuando las herramientas tecnológicas están disponibles, los estudiantes pueden concentrarse en la toma de decisiones, en el análisis y en la solución de problemas. Además, éstas permiten visualizar ideas matemáticas, facilitar la organización y análisis de datos y efectuar cálculos con eficiencia y exactitud (Burrill, 1999; NCTM, 2000).

La AMATYC (2006) examinó varias investigaciones realizadas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en respuesta a los hallazgos, recomendó que se incrementara el uso de la tecnología, incluyendo la calculadora gráfica, para mejorar el entendimiento de los estudiantes y las destrezas de solución de problemas. Específicamente, la AMATYC (2006) establece que los avances tecnológicos han cambiado no solo como el profesor enseña sino, qué se enseña y cuándo se enseña. El uso de estas tecnologías no solo preparará a los estudiantes a entender conceptos profundos de matemáticas sino que los preparará para el mundo laboral.

Lewis y Farley (2000) indican que la calculadora gráfica ha tenido un impacto profundo en la enseñanza de las matemáticas desde el álgebra hasta el cálculo. Señalan que el uso de la calculadora gráfica, en cursos a nivel universitario como el cálculo o análisis real, puede mejorar la intuición visual de los estudiantes en cuanto a muchos de los aspectos de límites y funciones.

Varios autores (Demana y Waits, 2000; NCTM, 2000, 2005; Peressini y Knuth, 2005) coinciden en señalar que el uso apropiado de las calculadoras, incluyendo las de capacidades gráficas, es esencial para el aprendizaje de las matemáticas. Estas herramientas permiten que los estudiantes puedan explorar conceptos matemáticos, analizar, interpretar y resolver problemas de una manera efectiva. Estos aspectos son esenciales en el desarrollo de las competencias cuantitativas de los estudiantes, como muy bien señaló el Grupo IV ACE/Kellogg (2001). El uso de la tecnología, en especial las calculadoras gráficas, puede ayudar a los estudiantes a desarrollar el razonamiento cuantitativo, pues les permiten hacer conexiones entre las representaciones numéricas, simbólicas y gráficas de las relaciones matemáticas. Les permite aplicar conceptos cuantitativos en otros contextos. Les permite interpretar y analizar críticamente información cuantitativa (Schwartz, 1999).

Precisamente, una de las ventajas sobre el uso de la calculadora gráfica en el proceso de resolución de un problema matemático es que ésta permite que los estudiantes trabajen diferentes aspectos del problema al interrelacionar las múltiples representaciones del mismo; esto es, mediante la representación algebraica (ecuación), geométrica (gráfica) y numérica (tablas de valores). En particular, algunos autores señalan que estas múltiples representaciones permiten determinar las conexiones para darle sentido al problema (Durmus, 1999; Santos-Trigo, 2002).

Otra de las bondades del uso apropiado de la calculadora gráfica es que permite que los estudiantes detecten cualquier error en el proceso o en la solución del problema y corregir el mismo. Varios investigadores coinciden con este aspecto (Doerr y Zangor, 2000; Herman, 2007; Mesa, 1996; Niess, 2001).

Los hallazgos de algunas investigaciones sostienen que el uso de la calculadora gráfica ayuda a mejorar el aprovechamiento de los estudiantes en las matemáticas (Alexander, 1993; Caldwell, 1994; Carter, 1996; Chandler, 1993; Durmus, 1999; Paschal, 1995; Thomasson, 1993; Wilkins, 1995). Otras investigaciones indican lo contrario, dependiendo de la variable bajo estudio (Chilcoat, 1999; Fox, 1998; Norris, 1995; Thomasson, 1993). Por ejemplo, Thomasson (1993) no encontró diferencias significativas en cuanto a aprovechamiento y actitud hacia las matemáticas, pero sí en actitud hacia la calculadora. Por otro lado, Norris (1995) encontró diferencias significativas en cuanto a los conceptos básicos de funciones, pero no encontró diferencias significativas en cuanto a actitud hacia las matemáticas. Por otro lado, los resultados de muchas de las investigaciones indican que el uso de la calculadora tiene un efecto positivo en la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas (Durmus, 1999; Hylton-Lindsay, 1997).

Ellington (2006) realizó un meta análisis de 42 estudios sobre el uso de la calculadora gráfica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El análisis abarcó cursos

de todos los niveles, intermedio, superior y hasta el primer semestre de cálculo de universidad. Ella encontró que cuando se le permitía el uso de la calculadora gráfica, tanto en el proceso de enseñanza y aprendizaje como en los exámenes, el aprovechamiento de los estudiantes mejoraba.

El análisis de los estudios sobre el uso de la calculadora gráfica en la enseñanza de las matemáticas muestra que existe una diversidad de opiniones y resultados en cuanto a la efectividad de la misma. Por tal motivo, en la presente se estudió el papel de esta herramienta tecnológica, específicamente, en los procesos de pensamiento cuando los estudiantes resuelven problemas matemáticos aplicados a la administración de empresas.

METODOLOGÍA

En el estudio se investigaron los procesos de pensamiento de los estudiantes cuando tienen disponible la calculadora gráfica. Particularmente, se describen los procesos de pensamiento de los participantes cuando resuelven problemas de aplicación de diferentes temas del curso Métodos Cuantitativos para Administración de Empresas I (MECU 3031).

La investigación incluyó una pregunta macro, a saber: ¿Cómo son los procesos de pensamiento de los estudiantes cuando resuelven diferentes problemas de aplicación de administración de empresas y tienen disponible la calculadora gráfica? Esta pregunta macro se atendió contestando las siguientes preguntas que se denominan las preguntas de investigación propiamente: (1) ¿En qué momento o etapa de los procesos en la solución de problemas de aplicación de administración de empresas (análisis, exploración, planificación, implantación y verificación) los estudiantes usan la calculadora gráfica?, (2) ¿Cuáles son las dificultades de los estudiantes cuando resuelven diferentes problemas de aplicación de administración de empresas y tienen disponible la calculadora gráfica?

Diseño del estudio

Ésta es una investigación de naturaleza cualitativa-descriptiva. Su diseño se fundamenta en un estudio de caso múltiple (Creswell, 1998). Se escogió este tipo de diseño porque permite el estudio de los fenómenos seleccionados de una forma profunda y detallada (Denzin y Lincoln, 2000; Merriam, 1998). En particular, se investigó con profundidad los procesos pensamiento de los estudiantes cuando resuelven problemas de aplicación de Administración de Empresas y tienen disponible la calculadora gráfica. Para este tipo de investigación los expertos recomiendan estudios cualitativos (Mesa, 1996; Schoenfeld, 1985).

Varios autores (Denzin y Lincoln, 2000; Fraenkel y Wallen, 1996; Marshall y Rossman, 1999; Merriam, 1988; Patton, 1990) señalan que en la investigación de naturaleza cualitativa se recopilan datos en escenarios naturales y el investigador es una parte fundamental en los procesos de instrumentación. Por tal motivo, en este estudio la investigadora recopiló los datos mediante las verbalizaciones de los estudiantes en las entrevistas y diseñó los instrumentos (problemas de aplicación que resolverán los estudiantes durante las sesiones de entrevistas). Además, analizó los documentos escritos por los estudiantes. También, escribió sus observaciones cuando el estudiante resolvía los problemas asignados en las sesiones de entrevistas.

Participantes

En el estudio participaron cuatro estudiantes de primer año que tomaron el curso MECU 3031 en la Facultad de Administración de Empresas de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, durante el primer semestre 2011-2012. La participación fue voluntaria y la selección se hizo por disponibilidad de los sujetos que obtuvieron una puntuación de 650 o más en la parte de aprovechamiento matemático del *College Board*.

El contenido del curso MECU 3031 es en su mayoría el de un curso de precálculo con aplicaciones a la administración de empresas. Se estudian las ecuaciones lineales en dos variables (gráficas, pendiente de la recta y aplicaciones); los sistemas de ecuaciones lineales en dos variables (diferentes métodos de solución y sus aplicaciones); matrices (definiciones básicas, operaciones, solución de sistemas de ecuaciones por el método de reducción); y programación lineal. Se da énfasis al concepto de función y se estudian las funciones lineales, cuadráticas, racional, raíz cuadrada, valor absoluto, partida, exponencial y logarítmica (dominio, alcance, evaluación, interceptos, gráfica y aplicaciones a diferentes áreas de la administración de empresas).

El estudiante tiene que aprobar el curso con C ó más para poder matricularse en el curso que le sigue Métodos Cuantitativos para Administración de Empresas II (MECU 3032). Para poder graduarse de la facultad, todo estudiante tiene que haber aprobado los cursos MECU 3031 y 3032, sin importar su concentración.

A todos los estudiantes que estaban matriculados en el curso MECU 3031 que dictó la investigadora durante el primer semestre 2001-2002 se le distribuyó un *Cuestionario sobre datos personales* para que lo completaran. La investigadora recopiló los datos y analizó los mismos. Seleccionó cuatro (4) estudiantes para que participaran en la investigación. Estos estudiantes eran de primer año de estudio y obtuvieron una puntuación de más de 650 en la parte de aprovechamiento matemático en el *College Board*. Se seleccionaron dos estudiantes del género femenino y dos del género masculino. Las edades de los participantes fluctuaban entre 17 y 18 años. Algunos de los participantes tenían mucha (o bastante) experiencia con el uso de la calculadora gráfica y poca (o ninguna) experiencia con su uso. La tabla 2 resume los datos personales de los estudiantes que se recopilaron.

Tabla 2

Datos personales de los participantes

	Género		Edad	Uso previo calculadora gráfica	
	Femenino	Masculino		Sí	No
Estudiante A	X		17		X
Estudiante B	X		17		X
Estudiante C		X	17	X	
Estudiante D		X	18	X	

Actividades

A todos los estudiantes matriculados en el curso MECU 3031 participantes de la investigación se les requirió el uso de la calculadora gráfica en todo momento (en el salón de clases, en las asignaciones y en los exámenes). A través de todo el curso se integró el uso de la calculadora gráfica y se le indicó al estudiante cómo utilizar adecuadamente esta herramienta para el estudio de los temas del curso.

El curso se desarrolló mediante conferencias, ilustraciones, discusión de ejemplos, práctica de ejercicios y solución de problemas de aplicación en las áreas de Administración de Empresas. Durante la clase se fomentó que los estudiantes exploraran con los conceptos matemáticos, analizaran y llegaran a conclusiones. A todos los estudiantes matriculados en el curso se les evaluó mediante exámenes parciales, asignaciones y examen final coordinado.

Instrumentos y técnicas para recopilar los datos

Varios autores (Creswell, 1998; Gall, Gall y Borg, 1999; Patton, 1990) indican que en las investigaciones de naturaleza cualitativa se deben incorporar varias técnicas para recopilar los datos, entre éstas: observaciones, entrevistas y análisis de documentos. El uso de estos métodos

múltiples de recopilación de datos se conoce como triangulación (Denzin y Lincoln, 2000; Patton, 1990). Considerando este aspecto, la investigación incluyó diferentes métodos para recopilar los datos, entre éstos, se realizaron entrevistas individuales, observaciones y se analizaron tanto los documentos escritos por los estudiantes participantes durante las sesiones de entrevistas, como las anotaciones de la investigadora mediante las observaciones.

La mayoría de los expertos (Mesa, 1996; Santos-Trigo, 1996; Schoenfeld, 1985; Wilson, Fernández y Hadaway, 1993) indican que la técnica de entrevistas es la metodología idónea para estudiar los procesos de pensamiento de los estudiantes mientras resuelven problemas matemáticos. Todos coinciden en señalar que al utilizar esta técnica el entrevistador le pide al estudiante (o grupo de estudiantes) que resuelva un problema dado y le proporciona papel, lápiz, calculadora u otros instrumentos. Normalmente, se le pide al estudiante que hable en voz alta y explique lo que hace lo más detalladamente posible y por qué lo hace. Según estos autores, todo este proceso debe ser grabado o filmado. Además, el entrevistador debe tomar notas durante el transcurso de cada sesión. Varias investigaciones relacionadas con el tema de solución de problemas matemáticos evidencian el uso de esta metodología para recopilar los datos (Artzt y Armour-Thomas, 1996; Ballard, 2000; Mesa, 1996; Schoenfeld, 1985). Por tal motivo, en la presente investigación se utilizó esta metodología.

En particular, la investigadora efectuó entrevistas estructuradas con cada uno de los participantes. Se entrevistó a cada uno de los participantes en dos momentos diferentes, luego de tomar el examen de cada una de las siguientes unidades: (1) Sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables y Matrices, y (2) Función cuadrática. Se audiograbaron todas las sesiones de entrevista.

Al inicio de cada sesión de entrevistas la investigadora le repartió a cada uno de los estudiantes dos ejercicios para que los efectuaran con el uso de la calculadora gráfica exclusivamente. El propósito de estos ejercicios era determinar si los estudiantes podían utilizar la calculadora gráfica correctamente. La investigadora diseñó los ejercicios a la luz de los temas bajo estudio. En particular, las destrezas que se midieron fueron: (1) Ajustar la ventana, (2) Trazar de la gráfica de una ecuación, (3) Rastrear la gráfica, (4) Obtener la tabla de valores, (5) Determinar puntos de intersección, (6) Escribir una matriz, y (7) Reducir matrices.

Los estudiantes expresaron en voz alta las operaciones que iban haciendo en la calculadora, mientras la investigadora observaba lo que hacían. Una vez que los estudiantes llevaron a cabo los ejercicios, se les distribuyeron los problemas de aplicación. En esta parte se le entregó al estudiante dos problemas y se le pidió que resolviera los mismos utilizando la calculadora gráfica. Además, se le pidió que expresara su proceso de pensamiento en voz alta. Luego, la investigadora le formuló ciertas preguntas relacionadas con esos procesos. Utilizó preguntas guías para el análisis del protocolo de las verbalizaciones.

Los problemas que los estudiantes resolvieron, en total cuatro, tratan sobre temas de aplicación de Administración de Empresas. Todos los problemas se diseñaron tomando como guía los temas que se estudian en las unidades según el prontuario del curso MECU 3031. En particular, se incluyeron los siguientes temas: (1) Sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables y Matrices, y (2) Función cuadrática. En la tabla 3 se incluye la clasificación de los ejercicios y problemas que se entregaron en las sesiones de entrevistas. Cabe señalar que los estudiantes trabajaron con problemas de aplicación de estos temas en el salón de clases, en las asignaciones y en los exámenes.

Tabla 3

Clasificación de los ejercicios y problemas que se distribuyeron en las sesiones de entrevistas

Sesión de entrevistas	Tema	Ejercicios (con el uso exclusivo de la calculadora gráfica)	Problemas aplicados a administración de empresas
1	Sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables	1, 2	1, 2
2	Función cuadrática	3, 4	3, 4

Análisis de los datos

La investigadora organizó toda la información que se recopiló mediante las entrevistas; es decir, a través de las verbalizaciones de los estudiantes durante las entrevistas, los documentos escritos por los estudiantes durante las entrevistas mientras resolvían los problemas asignados usando la calculadora gráfica y las anotaciones de la entrevistadora. Se transcribieron las verbalizaciones de los estudiantes y se usaron categorías para analizar los datos usando el modelo para realizar los análisis de protocolo diseñado por Schoenfeld (1985) y adaptado por Mesa (1996). En la investigación los datos se presentan en forma narrativa.

Uno de los métodos principales para analizar documentos y otros datos cualitativos es a través del proceso conocido como análisis de contenido (Merriam, 1998; Patton, 1990; Ryan y Rusell Bernard, 2000). Para efectos de esta investigación, se llevó a cabo un análisis de contenido de los datos que se recopilaron mediante: las verbalizaciones que expresaron los estudiantes mientras resolvían los problemas de aplicación asignados durante las dos sesiones de entrevistas audiograbadas. Además, se realizó un análisis de contenido de los documentos escritos por los estudiantes durante las referidas sesiones y las anotaciones como producto de las

observaciones que hizo la investigadora en las sesiones de entrevista. También, se analizó la información que proveyó cada uno de los estudiantes en las sesiones de entrevista, específicamente en la parte donde la investigadora le formuló preguntas, luego de resolver el problema de aplicación (exploración retrospectiva).

RESULTADOS

Los resultados de la investigación surgen del análisis de la información que se obtuvo de las sesiones de entrevistas con los estudiantes que participaron en el estudio. Los hallazgos se organizaron en cuatro temas o categorías, a saber: (1) Destrezas y dificultades que tienen los estudiantes con respecto al uso de la calculadora gráfica; (2) Ubicación del estudiante en el momento o etapa de los procesos en la solución de problemas de aplicación de Administración de Empresas (análisis, exploración, planificación, implantación y verificación) cuando usa la calculadora gráfica; y (3) Dificultades de los estudiantes cuando resuelven diferentes problemas de aplicación de Administración de Empresas y tienen disponible la calculadora gráfica. Los resultados se discuten a continuación.

Destrezas que tienen los estudiantes con respecto al uso de la calculadora gráfica

Una vez que se realizaron las transcripciones de las entrevistas, la investigadora analizó las que incluían las expresiones orales de los estudiantes mientras efectuaban los ejercicios con la calculadora gráfica exclusivamente. Los ejercicios que se incluyeron en la primera sesión de entrevistas medían si el estudiante podía escribir una matriz y reducirla. Por otro lado, en la segunda sesión, el propósito era determinar si el estudiante tenía las siguientes destrezas: trazar la gráfica de una función cuadrática, ajustar la ventana, rastrear la gráfica, obtener la tabla de valores, determinar el vértice de una parábola y hallar los puntos de intersección de una función lineal y una función cuadrática.

En la primera parte de la primera sesión de entrevistas se pidió al estudiante que resolviera un sistema de dos ecuaciones lineales en dos variables usando el método de reducción de matrices y la calculadora. Todos los estudiantes participantes de la investigación pudieron realizar el ejercicio. En particular, escribieron la matriz en la calculadora correctamente y realizaron los pasos para reducirla.

En la primera parte de la segunda sesión de entrevistas se le repartió al estudiante un ejercicio, denominado ejercicio #2, donde se le pedía que trazara la gráfica de la función cuadrática $R(x) = -x^2 + 600x$ e indicara la ventana que utilizó. Además, que mostrara la tabla de valores y determinara el vértice de la parábola de la función usando la calculadora gráfica exclusivamente. Todos los estudiantes participantes de la investigación pudieron realizar el ejercicio.

En la segunda parte de la segunda sesión de entrevistas se le repartió al estudiante un ejercicio, denominado ejercicio #3, donde se le pedía que trazara la gráfica de las funciones $C(x) = 20x + 5,000$ y $R(x) = -x^2 + 280x$ en el mismo sistema de coordenadas y hallara los puntos de intersección de las dos gráficas usando la calculadora. Todos los estudiantes pudieron realizar el ejercicio. La tabla 4 resume los resultados de la información recopilada.

Cabe destacar que el propósito para incluir estos ejercicios en la primera parte de las sesiones de entrevistas era para determinar si los estudiantes podían utilizar la calculadora gráfica correctamente. Este aspecto es de suma importancia en la investigación pues el hecho de no poder utilizar la calculadora gráfica de forma correcta podría afectar el que los estudiantes no puedan utilizar esta herramienta efectivamente en la resolución de problemas matemáticos aplicados a la administración de empresas (entregados en la segunda parte de las sesiones de entrevistas). De los resultados obtenidos se desprende que todos los estudiantes participantes del

estudio evidenciaron que pudieron realizar todos los ejercicios que requería el uso exclusivo de la calculadora gráfica.

Tabla 4

Destrezas que mostraron los estudiantes al realizar los ejercicios en la primera parte de las sesiones de entrevistas

Destrezas	Estudiante			
	A	B	C	D
Escribir una matriz de orden 2×3 .	X	X	X	X
Reducir una matriz de orden 2×3 .	X	X	X	X
Ajustar la ventana.	X	X	X	X
Trazar la gráfica de una función cuadrática.	X	X	X	X
Rastrear la gráfica de una función cuadrática.	X	X	X	X
Determinar el vértice de una parábola.	X	X	X	X
Trazar la gráfica de dos funciones en el mismo sistema de coordenadas.	X	X	X	X
Determinar los puntos de intersección de una función lineal y una función cuadrática.	X	X	X	X

Ubicación del estudiante en el momento o etapa del proceso de solución de problemas de aplicación de Administración de Empresas (análisis, exploración, planificación, implantación y verificación) cuando usa la calculadora gráfica

A continuación se presentan los resultados del análisis de la información que se recopiló mediante las transcripciones de las sesiones de entrevistas. Particularmente, se ubica a cada participante en el momento o etapa de los procesos en la solución de problemas de aplicación de Administración de Empresas (análisis, exploración, planificación, implantación y verificación) cuando usa la calculadora gráfica. También, se presenta la función que asigna el estudiante a la calculadora cuando resuelve cada uno de los problemas.

Análisis de la resolución del problema #1 (primera sesión de entrevistas)

En la primera sesión de entrevistas se le repartió a cada estudiante el siguiente problema para que lo resolviera: *En un cine se vendieron 185 boletos de entrada durante un día. Los adultos pagaron \$7.25 por el boleto y los niños \$7. Si la venta de todos los boletos produjo \$1,211.25, ¿cuántos boletos de adultos se vendieron?*

Todos los estudiantes pudieron resolver este problema. En la etapa de planificación – implantación, todos usaron la misma estrategia para resolver el problema; esto es, escribieron un sistema de dos ecuaciones en dos variables que representara lo que planteaba el problema. Tres de los participantes resolvieron el problema por el método de reducción de matrices y usaron la calculadora gráfica para reducir la matriz obtenida. No exhibieron dificultad al usar esta herramienta. Este resultado coincide con el hallado en el análisis de los resultados del ejercicio #1, con el cual se evaluó si el estudiante sabía reducir matrices y se encontró que todos los participantes del estudio exhibieron esta destreza. El participante C usó el método de eliminación por adición y utilizó el método de reducción de matrices para corroborar el resultado.

Por otro lado, en la etapa de verificación, los estudiantes utilizaron la calculadora gráfica para efectuar operaciones matemáticas. Uno de los participantes utilizó la reducción de matrices como estrategia de verificación de los resultados. Ninguno de ellos utilizó la estrategia de trazar la gráfica de las dos ecuaciones obtenidas y determinar el punto de intersección de las mismas; es decir, en este problema no pudieron visualizar la relación entre la representación algebraica y geométrica del sistema de ecuaciones obtenido. La etapa en que más usaron la calculadora gráfica fue en la de planificación-implantación.

Análisis de la resolución del Problema #2 (primera sesión de entrevistas)

En la segunda parte de la primera sesión de entrevistas se le repartió a cada estudiante el siguiente problema (denominado #2), para que lo resolviera: *El Sr. Rosado invirtió \$25,000 en tres cuentas que pagan el 3.75%, 3% y 2.3% de interés simple anual, respectivamente. El total de intereses ganados en las tres inversiones al finalizar el año fue \$722.60. Si la cantidad invertida en la primera cuenta (al 3.75%) es el doble de la cantidad invertida en la segunda cuenta (al 3%), ¿cuánto invirtió en cada cuenta?*

Dos de los participantes, los estudiantes A y C, pudieron resolver el problema #2. Los estudiantes B y D tuvieron dificultad en establecer la tercera ecuación del sistema planteado. Sin embargo, no exhibieron dificultad en cuanto al uso de la calculadora gráfica para reducir matrices. De hecho, en varias ocasiones, los estudiantes se percataron de que algo andaba mal gracias a los resultados que mostraba la calculadora. Ellos expresaron que los resultados no podían dar negativo puesto que las variables representaban cantidad de dinero. Vemos cómo la calculadora gráfica es una herramienta útil en el proceso de la solución del problema en el sentido que ayuda a los estudiantes a evaluar en pasos intermedios los procesos y a observar aspectos erróneos.

En la etapa de planificación – implantación, los participantes A y C usaron la misma estrategia para resolver el problema; esto es, escribieron un sistema de tres ecuaciones en tres variables que representara lo que planteaba el problema y luego resolvieron el mismo por el método de reducción de matrices. Estos participantes (A y C) usaron la calculadora gráfica para reducir la matriz de orden 3x4 obtenida y para realizar operaciones matemáticas. La etapa en la que más usaron esta herramienta fue en la de verificación.

Análisis de la resolución del Problema #3 (segunda sesión de entrevistas)

En la segunda parte de la segunda sesión de entrevistas se le repartió a cada estudiante el problema #4, el cual lee como sigue: *La demanda mensual de cierta cantidad de un producto (x), al precio (p) dólares por unidad está dada por la ecuación $p = -x + 900$. El costo de materiales y mano de obra por la fabricación de este producto es \$100 y el costo fijo es \$70,000 al mes. ¿Cuál es la ganancia máxima al mes?*

La estudiante A resolvió el problema #3 usando la estrategia de determinar la ecuación de ganancia y hallar el vértice correspondiente al igual que el estudiante C. A diferencia del estudiante C no utiliza la calculadora para verificar el resultado al final. Solo usa la calculadora para realizar operaciones matemáticas exclusivamente. Donde más utiliza la calculadora gráfica es en la etapa de implantación.

Por otro lado, la estudiante B no pudo resolver el problema #3, debido a que tuvo dificultad en identificar y escribir la ecuación de ganancia. Usó la calculadora gráfica para realizar cálculos matemáticos exclusivamente. El episodio en que más usó esta herramienta fue en la etapa de planificación- implantación.

El estudiante C resolvió correctamente el problema #3. Utiliza la misma estrategia que la estudiante A, esto es, comienza a trabajar el problema hallando la ecuación de ganancia, primero

establece la ecuación de costo y de ingreso. Determina el valor de la x del vértice utilizando la

ecuación $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(800)}{2(-1)} = 400$ y luego halla la ordenada correspondiente sustituyendo este

valor en la función de ganancia, esto es, $y_v = G(400) = -(400)^2 + 800(400) - 70,000 = 90,000$.

Usa la calculadora para realizar operaciones matemáticas exclusivamente en esta etapa. A

diferencia de la estudiante A, verifica su resultado trazando la grafica de la función de ganancia

en la calculadora y usando $\boxed{2nd} \boxed{CALC} \boxed{4}$ [Maximun] y observa que obtiene el mismo resultado.

El episodio en que más usó esta herramienta fue en la etapa de verificación.

El estudiante D utilizó la misma estrategia de los participantes A y C. Inicialmente comete un error al sustituir el valor de la abscisa del vértice en la ecuación de ganancia pero

luego al verificar el resultado con la calculadora grafica se percata del error. Utilizó la

calculadora gráfica para cálculos matemáticos y para trazar la gráfica de la función de ganancia

en la etapa de verificación (al igual que el estudiante C). El episodio en que más usó esta

herramienta fue en la etapa de verificación.

Análisis de la resolución del problema #4 (segunda sesión de entrevistas)

En la segunda parte de la segunda sesión de entrevistas se le repartió a cada estudiante el

problema #4 para que lo resolviera, el cual lee como sigue: *Para una compañía el costo variable*

por unidad de su producto es \$200 y el costo fijo es \$160,000. El precio de venta por unidad

está dado por la ecuación $p = -x + 1,200$. ¿Le conviene a la compañía producir y vender

1,500 unidades del producto? Explica tu respuesta.

La estudiante A no pudo resolver el problema #4, debido a que tuvo dificultad en sustituir

el valor de la abscisa del vértice en la función de ganancia. No obstante, ella no exhibió

dificultad en cuanto a determinar las ecuaciones de ingreso, de costo y de ganancia. Trato de

trazar la gráfica de la función de ganancia en la calculadora pero tuvo dificultad en ajustar la ventana. Usó la calculadora gráfica mayormente en la etapa de planificación- implantación y la utilizó para realizar cálculos matemáticos.

La estudiante B tampoco pudo resolver el problema #4 debido a que tuvo dificultad en establecer las ecuaciones de costo, ingreso y ganancia. Usó la calculadora gráfica mayormente en la etapa de exploración y la utilizó para realizar cálculos matemáticos.

Por otro lado, el estudiante C pudo resolver el problema #4. Comenzó a trabajar el problema hallando la ecuación de costo, $C(x) = 200x + 160,000$ y la de ingreso $R(x) = -x^2 + 1,200x$. Luego trazó la gráfica de ambas usando la calculadora y ajustando la ventana usando el vértice de la parábola. Aplicó el teclado $\boxed{2nd}$ [CALC] $\boxed{5}$ para determinar los puntos de intersección de ambas funciones y luego concluyó que no le convenía a la compañía producir 1,500 unidades pues tendría pérdidas. El estudiante C usó la calculadora mayormente en la etapa de planificación-implantación.

Por último, el estudiante D pudo resolver el problema #4. Comenzó a resolver el problema hallando la ecuación de costo, $C(x) = 200x + 160,000$ y la de ingreso $R(x) = -x^2 + 1,200x$. Luego determinó la ecuación de ganancia, esto es, $G(x) = -x^2 + 1,000x - 160,000$. Sustituyó $x=1,500$ en la ecuación de ganancia y obtuvo un valor negativo (-910,000) lo que indica que la compañía tiene pérdidas, de modo que no le conviene producir 1,500 unidades, según expresó el estudiante. A diferencia de la estudiante A, el estudiante D verifica con la calculadora los resultados que obtuvo. Para ello trazó la gráfica de la ganancia (aquí usó la calculadora). Para ajustar la ventana determinó el vértice de la ecuación de ganancia y los interceptos. Ajustó varias veces la ventana hasta que vio la grafica usando $\boxed{2nd}$ \boxed{TRACE} $\boxed{1}$ [Value] y sustituye $x=1,500$ y obtiene $y=-910,000$, por lo que corroboró que no le

convenía a la compañía producir 1,500 unidades. El estudiante D usó la calculadora mayormente en la etapa de verificación.

Dificultades de los estudiantes cuando resuelven diferentes problemas de aplicación de Administración de Empresas y tienen disponible la calculadora gráfica

Dificultades que mostraron los estudiantes en la primera sesión de entrevistas

En general, todos los estudiantes pudieron resolver el problema #1 (primera sesión de entrevista). No mostraron tener dificultad en resolver el mismo. Tampoco, exhibieron dificultades al usar la calculadora gráfica para reducir matrices.

Los participantes A y C pudieron resolver el problema #2. Todos tuvieron dificultad en establecer la tercera ecuación del sistema planteado, de acuerdo al contexto del problema; esto es, $x = 2y$. No obstante, los estudiantes A y C pudieron subsanar las dificultades mediante varias etapas de análisis y con el uso efectivo de la calculadora gráfica pudieron percatarse de los errores cometidos y establecer un nuevo plan e implantación del mismo. Por otro lado, los estudiantes B y D pudieron observar que obtenían respuestas negativas y que los resultados estaban incorrectos, pero no pudieron corregirlos para llegar a la solución del problema.

Dificultades que mostraron los estudiantes en la segunda sesión de entrevistas

Los estudiantes A, C y D no exhibieron dificultad en resolver el problema #3 (segunda sesión de entrevista). Tampoco mostraron dificultad en cuanto al uso de la calculadora gráfica. El estudiante D, inicialmente cometió un error al sustituir el valor de la abscisa del vértice en la ecuación de ganancia pero luego al verificar el resultado con la calculadora grafica se percató del mismo y prosiguió con la solución del problema. Por otro lado, la estudiante B no pudo resolver el problema #3, debido a que tuvo dificultad en identificar y escribir la ecuación de ganancia.

Las estudiantes A y B no pudieron resolver el problema #4. La estudiante A tuvo dificultad al sustituir el valor de la abscisa del vértice en la función de ganancia, mientras que la estudiante B tuvo dificultad en establecer las ecuaciones de costo, ingreso y ganancia.

Resumen de los hallazgos

Los hallazgos principales del estudio se resumen a continuación:

1. Se confirmó que la calculadora gráfica es una herramienta útil para la resolución de problemas matemáticos. Sobre este particular, se encontró que el estudiante C pudo resolver todos los problemas gracias al uso apropiado de la calculadora. La tabla 5 muestra los problemas que los estudiantes resolvieron correctamente en cada una de las sesiones de entrevista. De igual manera, el estudiante los estudiantes A y D pudieron resolver 3 problemas correctamente gracias al uso apropiado de la calculadora. En algunas ocasiones donde los estudiantes tuvieron dificultad en los procesos de solucionar el problema, el uso de la calculadora gráfica les ayudó a detectar el mismo y proseguir hasta resolver efectivamente el problema.

El hallazgo de que la calculadora gráfica es una herramienta útil en la resolución de problemas matemáticos es consistente con los resultados de varias investigaciones y las opiniones de expertos en la materia (AMATYC, 2006; Burrill, 1999; Demana y Waits, 2000; Dessart, DeRidder y Ellington, 1999; Dunham, 1998; Howard, McGee y Schwartz, 2000; Martinez-Cruz y Ratliff, 1998; Merriweather y Tarp, 1999; NCTM, 2000, 2005; Schwartz, 1999; Stiff, 2001).

Tabla 5

Problemas que resolvieron los estudiantes correctamente en las sesiones de entrevistas

Problema	Sesión de entrevistas	Temas	Estudiante			
			A	B	C	D
#1	Primera	Sistemas de ecuaciones lineales en 2 variables	X	X	X	X
#2	Primera	Sistemas de ecuaciones lineales en 3 variables	X		X	
#3	Segunda	Funciones cuadráticas	X		X	X
#4	Segunda	Funciones cuadráticas			X	X

2. En la investigación se encontró que los estudiantes pasaron por diferentes etapas o episodios en el proceso de resolver los problemas de aplicación que se les distribuyeron en las sesiones de entrevistas. Estos episodios, según el modelo de Schoenfeld (1985) y adaptado por Mesa (1996), son: lectura, exploración, análisis, planificación, implantación, planificación/implantación y verificación. Algunos de los estudiantes exhibieron un proceso más dinámico en el proceso de la solución de problemas. Los resultados de varias investigaciones coinciden con este hallazgo (Artzt y Armour-Thomas, 1996; Mesa, 1996; Schoenfeld, 1985; Searcy, 1997).

3. De los hallazgos del estudio se desprende el rol de la calculadora gráfica como una herramienta de verificación (véase tabla 6). Varios investigadores concurren con este resultado

(Dessart, DeRidder y Ellington, 1999; Doerr y Zangor, 2000; Mesa, 1996; Niess, 2001). En particular, Niess (2001) investigó el aprendizaje de los estudiantes con respecto al concepto de función y el rol de la calculadora gráfica en un curso de Álgebra de Colegio. Entre sus resultados encontró que la calculadora gráfica se usó comúnmente para verificar las respuestas durante el proceso de la resolución.

Tabla 6

Etapas en las cuales los estudiantes usaron la calculadora gráfica con mayor frecuencia

Etapas o episodios	Problemas distribuidos en las sesiones de entrevistas			
	#1	#2	#3	#4
Lectura				
Exploración				
Análisis				
Planificación				
Planificación/ Implantación	X			X
Implantación				
Verificación		X	X	

4. En la investigación se encontró que con el uso efectivo de la calculadora gráfica los estudiantes pudieron entender mejor las conexiones entre las representaciones algebraicas (ecuación), geométricas (gráfica) y numéricas (tablas de valores) del problema. Varios autores e investigadores coinciden con este hallazgo (AMATYC, 2006; Beckmann, Senk y Thompson,

1999; Burrill, 1999; Demana y Waits (2000); Doerr y Zangor, 2000). En particular, algunos autores señalan que estas múltiples representaciones permiten determinar las conexiones para darle sentido al problema (Durmus, 1999; Santos-Trigo, 2002; Vonder Embse y Yoder, 1998).

Santos-Trigo (2002) indica que con el uso de la calculadora gráfica, los estudiantes pueden hacer uso de varias representaciones de modo que mejoran sus destrezas que incluyen la formulación de conjeturas, el uso de diferentes métodos de soluciones y el uso de una variedad de argumentos, incluyendo contraejemplos, para sostener sus resultados.

5. Con respecto a las dificultades que exhibieron los estudiantes mientras resolvían los problemas, se encontró que en la mayoría de los casos, las dificultades que exhibieron los estudiantes mientras resolvían los problemas fue que algunos no pudieron establecer las ecuaciones de acuerdo con el contexto del problema y trabajaron con ecuaciones incorrectas.

CONCLUSIÓN

En el estudio se investigaron los procesos de pensamiento de los estudiantes mientras resolvían problemas de aplicación y tenían disponible la calculadora gráfica. En particular, se investigó en qué momento o etapa de los procesos en la solución de problemas los estudiantes usaron la calculadora gráfica y el propósito para el uso de esta herramienta. Además, se estudiaron las dificultades que mostraron los estudiantes mientras resolvían los problemas mencionados.

De los hallazgos se sostiene que la calculadora gráfica es una herramienta útil para la resolución de problemas matemáticos. Además, el uso efectivo de esta herramienta permitió que los estudiantes pudieran trabajar con diferentes aspectos del problema, puesto que pudieron interrelacionar las representaciones: algebraicas, geométricas y numéricas de la situación

planteada. También, el uso apropiado de la calculadora gráfica permitió descubrir que había un error en el proceso o en la solución del problema y corregir el mismo.

De los hallazgos del estudio se desprende la utilidad de la calculadora gráfica en la resolución de problemas aplicados administración de empresas. Estos resultados abonan a la recomendación que se ha hecho por años en cuanto a su integración en el proceso de enseñanza aprendizaje y en el currículo de las matemáticas en todos los niveles, incluyendo el nivel universitario (AMATYC, 2006; Dessart, DeRidder y Ellington, 1999; NCTM, 2000, 2005).

REFERENCIAS

- American Mathematical Association of Two-Year Colleges (1996). Position statement of the American Mathematical Association of Two-Year Colleges on the Instructional Use of Technology in Mathematics. *Journal of Developmental Education*, Fall 97, Vol.21 (1), p. 42.
- American Mathematical Association of Two-Year Colleges (2006). *Beyond Crossroads: Implementing Mathematics Standards in the First Two Years of College*. Memphis, TN: Author.
- Aponte, G., Pagán, E., Quintero, A.H., Balet, S., Nazario, M., & Velázquez, W. (2003). Múltiples escenarios de aprendizaje. *Memorias del Congreso de Investigación sobre la Universidad*, 166 – 187.
- Artzt, A. F., & Armour-Thomas, E. (1996). *Assessing the internal dynamics of mathematical problem solving in small groups*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New York. (ERIC Document Reproduction Service No. ED395787)
- Ballard, J. W. (2000). Students' use of multiple representations in mathematical problem solving (Doctoral dissertation, Montana State University, 2000). *Dissertation Abstracts International*, 61, 3496.
- Beckmann, C. E., Senk, S. L., & Thompson, D. R. (1999). Assessing student's understanding of functions in a graphing calculator environment. *School, Science and Mathematics*, 99, 451 – 456.
- Burrill, G. (1999). A Revolution in My High School Classroom. In Z. Usiskin (Ed.), *Mathematics Education Dialogues* (p. 13). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Caldwell, F. W. (1994). Conceptual and procedural achievements: Effect of a graphics calculator as a learning tool on college students' learning of mathematical functions and graphs (Doctoral dissertation, Clemson University, 1994). *Dissertation Abstracts International*, 56, 483A.
- Carter, H. H. (1996). A visual approach to understanding the function concept using graphing calculators (Doctoral dissertation, Georgia State University, 1995). *Dissertation Abstracts International*, 56, 3869A.
- Chilcoat, R. A. (1999). The effect of a college algebra teaching method using a teacher-generated concept map, writing, and graphing calculators on student attitudes/beliefs and conceptual understanding (constructivism) (Doctoral dissertation, University of Northern Colorado, 1998). *Dissertation Abstracts International*, 60, 1055.

- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Demana, F., & Waits, B. K. (2000). Calculators in Mathematics Teaching and Learning: Past, Present and Future. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning Mathematics for a New Century* (pp. 51 – 66). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2000). Introduction: The discipline and practice of qualitative research. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (2nd ed., pp. 1-28). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Dessart, D. J., DeRidder, C. M., & Ellington, A. J. (1999). The research backs calculators. In Z. Usiskin (Ed.), *Mathematics Education Dialogues* (p. 6). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Doerr, H. M., & Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 143 – 163.
- Dunham, P. H. (1998). Hand-held calculators in mathematics education: A research perspective. Paper presented as an invited address at ENC Technology and NCTM Standards 2000 Conference, Arlington, VA, June, 1998. It was reprinted in E. Laughbaum (Ed.), *Hand-held Technology in Mathematics and Science Education: A Collection of Papers*, pp. 39-47. Columbus, OH: The Ohio State University (2000). Disponible en Internet en la dirección: http://mathcs.mulenberg.edu/Standards_2000_paper.htm.
- Durmus, S. (1999). The Effects of the Use of Technology on College Algebra Students' Achievements and Attitudes Toward Mathematics: A Constructivist Approach (Doctoral dissertation, The University of Texas at Arlington, 1999). *Dissertation Abstracts International*, 60, 3622A. (UMI No. 9948001.)
- Ellington, A. J. (2006). The effects of non-graphing calculators on student achievement and attitude levels in mathematics: a meta-analysis. *School Science and Mathematics*, 106 (1), 16 – 26.
- Fox, L. F. (1998). The effect of a graphing calculator used in an active learning environment on intermediate algebra students' achievement and attitude (Doctoral dissertation, University of South Florida, 1998). *Dissertation Abstracts International*, 59, 761A. (UMI No. 9827825).
- Gall, J. P., Gall, M. D., & Borg, W. R. (1999). *Applying educational research: A practical guide* (4th ed.). New York: Longman.
- Grupo IV, ACE / Kellogg (2001). *La interpretación y comprensión: elementos fundamentales del razonamiento cuantitativo*. Documento publicado por el Centro de Excelencia Académica de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras.

- Herman, M. (2007). What students choose to do and have to say about use of multiple representations in college algebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 26, 27-54.
- Howard, B. C., McGee, S., & Schwartz, N. (2000). The experience of constructivism: Transforming teacher epistemology. *Education*, 32 (4), 455 – 465.
- Hylton-Lindsay, A. A. (1997). The Effect of Graphing Calculators on Metacognitive Aspects of Student Performance in Pre-calculus for Business (Doctoral dissertation, Columbia University Teachers College, 1997). *Dissertation Abstracts International*, 58, 3449A. (UMI No. 9810960.)
- Martin, A. (2008). Ideas in practice: graphing calculators in beginning algebra. *Journal of Developmental Education*, 31 (3), 20 – 37.
- Martínez-Cruz, A. M., & Ratliff, M. I. (1998). Beyond modeling world records with a graphing calculator: Assessing the appropriateness of models. *Mathematics and Computer Education*, 32 (2), 143 – 153.
- Maxwell, J. A. (1996). *Qualitative research design: An interactive approach*. Thousands Oak, CA: Sage.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case applications in education: Revised and expanded from case study research in education*. San Francisco, CA: Jossey Bass.
- Merriweather, M., & Tharp, M. L. (1999). The effect of instruction with graphing calculators on how general mathematics students naturalistically solve algebraic problems. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 18 (1), 7 – 22.
- Mesa, V. M. (1996). The Role of the Graphing Calculator in Solving Problems on Functions (Master's Thesis, University of Georgia at Athens, 1996). *Masters Abstracts International*, 35, 937. (UMI No. 1383728.)
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2005). NCTM position paper on technology: The use of technology in the learning and teaching of mathematics. In W. J. Masalski & P. C. Elliot (Eds.), *Technology-Supported Mathematics Learning Environments, Sixty-Seventh Yearbook* (pp. 1 – 2). Reston, VA: Author.
- Niess, M. L. (2001). Student understanding of functions and the use of the graphing calculator in a college algebra course (Doctoral dissertation, Oregon State University, 2001). *Dissertation Abstracts International*, 61, 4315A.

- Norris, C. W. (1995). The impact of using graphic calculators as an aid for the teaching and learning of precalculus in a university setting (Doctoral dissertation, Michigan State University, 1994). *Dissertation Abstracts International*, 55, 1862A.
- Paschal, S. G. (1995). Effects of a visualization-enhanced course in college algebra using graphing calculators and videotapes (Doctoral dissertation, Georgia State University, 1994). *Dissertation Abstracts International*, 55, 2754A.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods* (2nd ed.). Newbury Park, CA: Sage.
- Peressini, D. C., & Knuth, E. J. (2005). The role of technology in representing mathematical problem situations and concepts. In W. J. Masalski & P. C. Elliot (Eds.), *Technology-Supported Mathematics Learning Environments, Sixty-Seventh Yearbook* (pp. 277 – 290). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Romberg, T. A. (1998). Comments: NCTM's curriculum and evaluation standards. *Teachers College Record*, 100 (1), 8 – 21.
- Ryan, G. W., & Russell Bernard, H. (2000). Data management and analysis methods. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (2nd ed., pp. 769-802). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Santos-Trigo, L. M. (1996). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Santos-Trigo, M. (2002). Students' Use of Mathematical Representations in Problem Solving. *Mathematics and Computer Education*, 36 (2), 101 – 114.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 53 – 70). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Schwartz, J. L. (1999). Can Technology Help Us Make the Mathematics Curriculum Intellectually Stimulating and Socially Responsible? *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 99 – 119.
- Searcy, M. E. (1997). Mathematical thinking in an introductory applied college algebra course (Applied mathematics) (Doctoral dissertation, University of Georgia, 1997). *Dissertation Abstracts International*, 58, 3056.
- Stiff, L. V. (2001). Making calculator use add up. *News Bulletin*, April 2001. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Thomasson, S. J. (1993). The effects of graphing calculator on the achievement and attitude of college students enrolled in elementary algebra (Doctoral dissertation, The University of Tennessee, 1992). *Dissertation Abstracts International*, 53, 3835A.
- Vásquez, S. (2007). Developmental mathematics students: investigating calculator keystroke choices to learn mathematical rules and concepts. *Mathematics and Computer Education*, 37 (3), 296 – 300.
- Vonder Embse, C., & Yoder, V. W. (1998). Multiple representations and connections using technology. *Mathematics Teacher*, 91, 62 – 67.
- Wilkins, C. W. (1995). The effect of the graphing calculator on student achievement in factoring quadratic equations (Doctoral dissertation, Mississippi University, 1995). *Dissertation Abstracts International*, 56, 2159A.
- Wilson, J. W., Fernández, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom high school mathematics* (pp. 57 – 78). New York, NY: Macmillan.