

**Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Facultad de Administración de Empresas
Instituto de Estadística y Sistemas Computadorizados de Información**

**Manual
Uso de la calculadora gráfica
en los cursos de Métodos
Cuantitativos**

**Preparado por:
Dra. Wanda Velázquez
Dra. Marta Charrón**

El uso de la calculadora gráfica TI-83 ó TI 84¹ en los cursos de Métodos Cuantitativos

I. Teclado general:

Tecla:

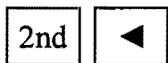
Función:



Mueve el cursor hacia la izquierda o hacia la derecha.



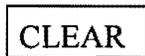
Mueve el cursor hacia arriba o hacia abajo.



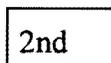
Mueve el cursor al comienzo de una expresión.



Ejecuta una instrucción.



En una línea con texto en la pantalla principal, borra la línea. En una línea en blanco en la pantalla principal, borra todo.

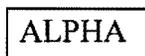


Tener acceso a las funciones en color amarillo en la plataforma de la calculadora. (Para cancelar 2nd, debes presionar la tecla 2nd nuevamente).

QUIT



Cambia de una pantalla a la pantalla principal.



Permite tener acceso a las funciones de color verde localizadas en la plataforma de la calculadora. (Para cancelar ALPHA, presiona nuevamente ALPHA ó las teclas del cursor).

¹ Los modelos de la calculadora gráfica TI-83, TI-83 Plus, TI-83 Plus Silver Edition, TI-84 Plus y TI-84 Plus Silver Edition son marcas registradas de la compañía Texas Instruments

A-LOCK

2nd	ALPHA
-----	-------

Permite tener acceso a las variables alfa-numéricas en forma corrida. Para cancelar, presiona ALPHA nuevamente. (Para dejar espacio entre una letra y otra, presiona ALPHA 0).

X, T, Θ , n

Permite entrar la variable x "Func Mode" sin tener que presionar ALPHA.

INS

2nd	DEL
-----	-----

Intercala caracteres donde señala el cursor.

DEL

Elimina caracteres que señala el cursor.

II. Operaciones básicas

Las operaciones básicas se efectúan en la pantalla principal de la calculadora. Las teclas que se utilizan para llevar a cabo las operaciones básicas se describen a continuación:

+

Suma

-

Resta

x

Multiplicación (Otra manera de efectuar la multiplicación consiste en escribir el número seguido de un paréntesis).

^

Exponenciación.

x^2

Elevar al exponente 2.

()
---	---

Paréntesis

(-)

Signo -. (Para escribir un número negativo se oprime esta tecla).

Ejemplos:1. Calcula $-2^5(3+6) - 4^2$

Presiona

Respuesta: -3042. Calcula $\sqrt{34}$

Presiona

Respuesta: 5.8309518953. Calcula e^4

Presiona

Respuesta: 54.598150034. Calcula $\ln(5+8)$

Presiona

Respuesta: 2.5649493575. Calcula $|-10|$

Presiona

Respuesta: 10

III. Menú :

La calculadora gráfica TI-83 tiene varios menús los cuales a su vez tienen otros submenús.

Por ejemplo: Menú MATH

Si presionas MATH la pantalla principal es reemplazada por la que aparece a continuación:

```

MATH NUM CPX PRB
1: ▸Frac
2: ▸Dec
3: 3
4: 3√(
5: x√(
6: fMin(
7↓fMax(

```

En este menú hay 10 opciones, por el momento se discutirán las primeras 5:

- 1: ▸Frac Convierte un decimal a fracción.
- 2: ▸Dec Convierte una fracción a decimal.
- 3: 3 Eleva un número al exponente 3.
- 4: 3√(Determina la raíz cúbica de un número.
- 5: x√(Calcula cualquier raíz.

Si presionas MATH nuevamente, y luego mueves el cursor hacia la derecha, observarás que aparecen otros submenús. Por ejemplo, si mueves el cursor hasta NUM, entonces debe aparecer la siguiente pantalla:

```

MATH NUM CPX PRB
1: abs(
2: round(
3: iPart(
4: fPart(
5: int(
6: min(
7↓max(

```

Ejemplos:1. Calcula $3^2(-7+5-4)^3$

Presiona 3 7 5 4

Respuesta: -19442. Calcula $\sqrt[4]{81}$

Presiona 8 1

Respuesta: 33. Calcula $\sqrt[3]{56+23}$

Presiona 5 6 2 3

Respuesta: 4.2908404274. Calcula $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$ y expresa el resultado en fracción.

Presiona 3 5 2 7

Respuesta: 31/355. Calcula $2\frac{4}{9} + 5\frac{2}{3}$ y expresa el resultado en fracción.

Presiona 2 4 9 5 2 3

Respuesta: 73/9

IV. Gráficas de ecuaciones lineales en dos variables

1. Formato general de la ventana ("WINDOW")

La calculadora gráfica incluye una ventana ("window") estándar. La ventana especifica los valores máximos y mínimos que se desean en los ejes, tanto vertical como horizontal, así como los incrementos. Si oprimes la tecla WINDOW verás la ventana estándar; esto es, la siguiente pantalla:

```

WINDOW
Xmin=-10
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yscl=1
Xres=1
  
```

A continuación se describe el significado de cada uno:

Xmin=	el valor mínimo en el eje de x
Xmax=	el valor máximo en el eje de x
Xscl=	el incremento en x (distancia entre cada valor de x)
Ymin=	el valor mínimo en el eje de y
Ymax=	el valor máximo en el eje de y
Yscl=	el incremento en y (distancia entre cada valor de y)

Si oprimes la tecla GRAPH verás un plano cartesiano en donde el eje vertical y el horizontal comienza en -10 y termina en 10. La figura #1 ilustra esta información.

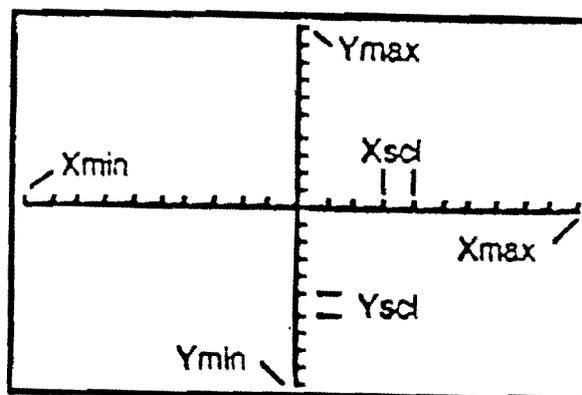


Figura #1

Ejemplo: Traza la gráfica de la función $y = f(x) = 2x + 3$

Presiona:

Y= 2 X,T,θ,n + 3 ENTER GRAPH

Al presionar la tecla GRAPH aparece en la pantalla la gráfica que se muestra en la figura 2:

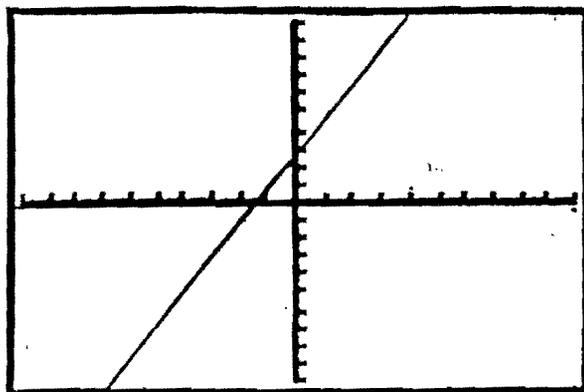


Figura #2

Observa que sólo aparece la porción de la gráfica de acuerdo al valor máximo y mínimo de los ejes (esto es, desde -10 hasta 10).

2. Ajuste de la ventana ("WINDOW"):

En el paso anterior, cuando oprimiste GRAPH apareció en la pantalla la gráfica de la función $f(x)$. También, se observaron los ejes con una escala específica, es decir la estándar. Esta ventana se puede ajustar; para esto, mueve el cursor hasta el lugar que deseas cambiar y escribe el número. Por ejemplo, presiona la tecla WINDOW y ajusta la ventana anterior a la siguiente:

WINDOW FORMAT Xmin= -9 Xmax= 9 Xscl= 1 Ymin= -6 Ymax= 6 Yscl= 1

Ahora, oprime la tecla GRAPH . Al hacer esto, aparece en la pantalla la

gráfica de la función, pero el eje de x se limita desde -9 hasta 9. El eje de y va desde -6 hasta 6. Además, los números van de uno en uno, tanto en el eje de x como en el de y, porque la escala para ambos es 1 [esto es, $Xscl=1$ y $Yscl=1$]. (Véase figura #3).

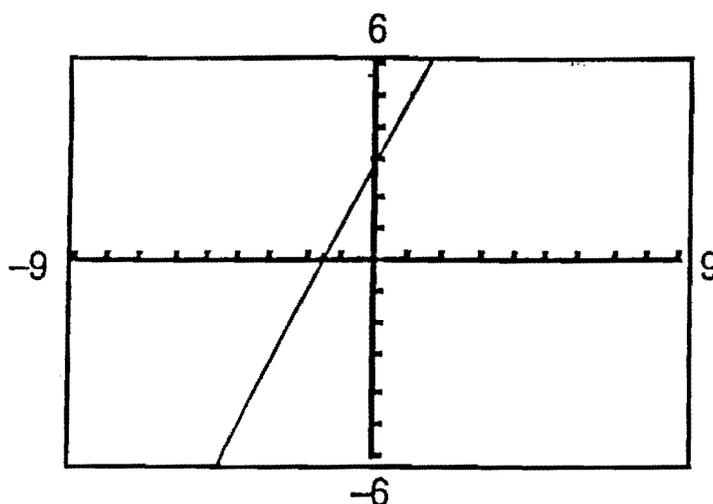


Figura #3

Para regresar a la ventana original puedes presionar la tecla **WINDOW** y escribir los números deseados (forma larga) ú oprimir **ZOOM** **6** (forma corta).

Si oprimes **ZOOM** **4**, el programa de la calculadora se encarga de cambiar la ventana automáticamente a la siguiente:

WINDOW FORMAT Xmin= -4.7 Xmax= 4.7 Xscl= 1 Ymin= -3.1 Ymax= 3.1 Yscl= 1

Esta ventana es conveniente cuando se quiere hacer un "rastreo" por encima de la gráfica, de modo que los puntos fluctúen en una escala decimal (es decir, los valores de x van aumentando .1 unidades).

Ejemplo:

Considera la ecuación $2.5y - 125x = 250$. Si se desea trazar la gráfica de esta ecuación primero se debe resolver la misma para la variable y y como sigue:

$$2.5y = 125x + 250$$

$$y = \frac{125x + 250}{2.5}$$

$$y = 50x + 100$$

Luego, oprime la tecla $\boxed{Y=}$ y escribe en Y_1 la ecuación; esto es:

50 $\boxed{x,T,\theta,n}$ $\boxed{+}$ 100 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{GRAPH}}$

Al oprimir la tecla GRAPH aparece en la pantalla una línea distorsionada. Esto se debe a que se trabajó en una ventana inadecuada (recuerda que la ventana que se usó en este caso fue la estándar). Aquí es necesario ajustar la ventana a una más conveniente. Como el intercepto en el eje de y de la gráfica de esta ecuación es 100 el valor máximo en el eje de y debe ser al menos 100. El intercepto en el eje de x es -2, de modo que el valor mínimo en el eje horizontal debe ser -2 (al menos). Puedes explorar con diferentes valores hasta que halles la ventana más conveniente. Una ventana que podrías utilizar en este ejemplo sería la siguiente:

WINDOW FORMAT Xmin= -5 Xmax= 5 Xscl= 1 Ymin= -150 Ymax= 350 Yscl= 50
--

Al presionar la tecla GRAPH obtienes la gráfica de la función $y = f(x) = 50x + 100$ (véase figura # 4).

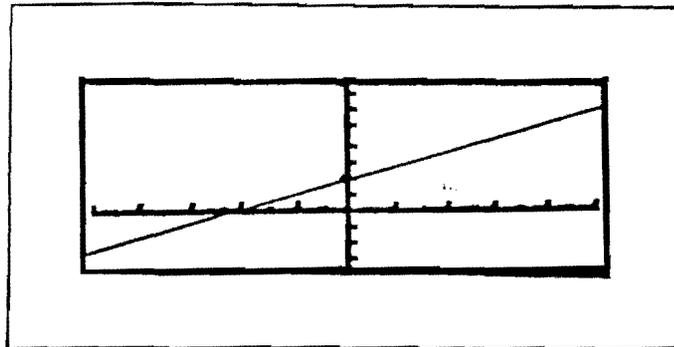


Figura # 4

3. "Rastreo" [TRACE]

Considera nuevamente el ejemplo de la función $y = f(x) = 2x + 3$

Oprime las teclas **[ZOOM]** **[6]** . [Recuerda que al presionar estas teclas el WINDOW cambia al estándar].

Ahora, presiona la tecla **[TRACE]** . Luego, mueve el cursor a través de la gráfica (esto se hace oprimiendo las teclas **[▶]** ó **[◀]**). Observa que a medida que el cursor se mueve, aparece en la parte inferior de la pantalla los valores de x y de y correspondientes. Estos valores incluyen varios dígitos (es decir, números decimales con varios lugares). Sin embargo, si se cambia el WINDOW al decimal (esto es, oprimiendo **ZOOM 4**), y luego se oprime la tecla **TRACE**, entonces los valores de x aumentan (o disminuyen) .1 unidades.

4. Tabla de valores [2nd GRAPH]

Una de las ventajas de las calculadoras gráficas TI-82 ó TI-83 es que incluye la tabla de valores de las funciones. Para observar ésta: primero, escribe la función en la pantalla de gráfica (oprimiendo **[Y=]**) y luego, presiona las teclas **[2nd]** **[GRAPH]** .

Si consideras el ejemplo anterior de la función $f(x) = 2x + 3$ y oprimes las teclas 2nd GRAPH observarás la tabla a continuación:

X	Y ₁	
0	3	
1	5	
2	7	
3	9	
4	11	
5	13	
6	15	

Puedes observar los demás valores moviendo el cursor hacia arriba o hacia abajo, según sea el caso; es decir, oprimiendo las teclas  ó .

5. Ajuste de la tabla [2nd WINDOW]

La tabla de valores se puede ajustar de la siguiente manera:

1^o: Escribe la función en la pantalla de gráfica (oprimiendo ).

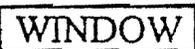
2^o: Oprime las teclas  . Al hacer esto aparecerá en la pantalla lo siguiente:

TABLE SETUP		
TblStart=	0	
ΔTbl=	1	
Indent:		Ask
Depend:		Ask

Nota:

El Tbl Start = 0, indica que la tabla comienza con el valor de 0 para la variable x . Por otro lado, $\Delta Tbl = 1$, se refiere a que el incremento para la variable independiente (x) es 1; es decir, los valores de la x van de 1 en 1.

Tanto para la variable independiente (x) como para la dependiente (y), el programa automático está activado ya que aparece ennegrecido. Cuando esto ocurre la tabla incluye los valores de x y de y correspondientes. Si se desea que la tabla aparezca en blanco se mueve el cursor encima de la palabra **Ask**, tanto para la variable independiente como la dependiente y luego se oprime **ENTER**. De esta manera, podrás escribir en la tabla el valor de la variable independiente (x) que desees y la calculadora te dará el de la variable dependiente correspondiente.

Para ajustar la tabla de la función estudiada $f(x) = 2x + 3$, debes llevar el cursor encima de lo que deseas cambiar y luego lo escribes. Por ejemplo, si quieres que la tabla comience en -3 y el incremento en x sea de .5, en la pantalla debe aparecer lo que sigue:

```
TABLE SETUP
TblStart=-3
ΔTbl=.5
Indent: AUTO Ask
Depend: AUTO Ask
```

6. Evaluar un número: [2nd TRACE 1]

La calculadora puede evaluar una función para un valor específico, de la siguiente manera:

1^o: Escribe la función en la pantalla de gráfica (oprimiendo **Y=**).

2^{do}: Oprime las teclas **2nd** **CALC** **TRACE** **1** .

```
CALCULATE
1:value
2:zero
3:minimum
4:maximum
5:intersect
6:dy/dx
7:∫f(x)dx
```

3^o : Escribe el valor deseado .

4^o : Oprime la tecla ENTER .

Al presionar la tecla ENTER , en el lado inferior de la pantalla, aparece el valor de la x y de la y correspondiente.

7. Usando el "split" del menú de MODE:

La calculadora puede dividir la pantalla de modo que se vean al mismo tiempo la gráfica y la ecuación (o cualquier operación).

1^o : Oprime la tecla MODE . Al hacer esto aparecerá la siguiente pantalla:

```

Normal Sci Eng
Float 0123456789
Radian Degree
Func Par Pol Seq
Connected Dot
Sequential Simul
Real a+bi re^θi
Full Horiz G-T
  
```

2^o : Mueve el cursor (usando las flechas) encima de la palabra Horiz. Luego oprime ENTER.

3^o : Presiona la tecla GRAPH. [Al hacer esto, aparece la gráfica de la función a la mitad de la pantalla. En la parte inferior aparecerá cualquier operación que desees].

Nota: Si quieres que en la parte inferior de la pantalla aparezca la tabla de valores de la función, oprimes 2nd GRAPH. Por otro lado, si deseas que aparezca la ecuación de la función se oprime Y=.

Ejemplo:

Considera la función $y = f(x) = x + 3$. Incluye en la misma pantalla la gráfica de la función y la ecuación.

Pasos:

1^{ro}: Presiona la tecla **Y=** y escribe la función.

2^{do}: Oprime la tecla **MODE**. Al hacer esto aparecerá lo siguiente:

```

Normal Sci Eng
Float 0123456789
Radian Degree
Func Par Pol Seq
Connected Dot
Sequential Simul
Real atbt re^ti
Full Horiz G-T
  
```

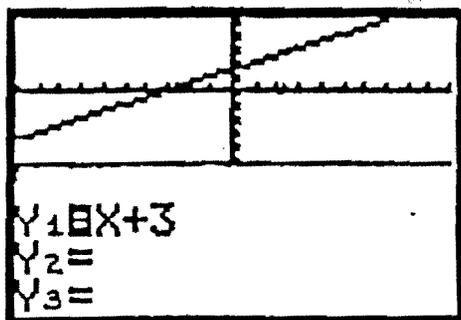
3^{ro}: Mueve el cursor (usando las flechas) encima de la palabra Horiz. Luego oprime ENTER. Al realizar este paso la pantalla se observa como sigue:

```

Normal Sci Eng
Float 0123456789
Radian Degree
Func Par Pol Seq
Connected Dot
Sequential Simul
Real atbt re^ti
Full Horiz G-T
  
```

4^{to} : Presiona la tecla GRAPH . [Al hacer esto, aparece la gráfica de la función a la mitad de la pantalla].

5^{to} : Oprime la tecla $\boxed{Y=}$. Cuando oprimes esta tecla aparece en la pantalla la gráfica de la función y la ecuación como se ilustra a continuación:



Ejercicios:

Utiliza la calculadora para trazar la gráfica de las siguientes ecuaciones. Ajusta la ventana para cada caso, de ser necesario.

1. $y = 2x + 7$
2. $y = 15x + 20$
3. $5x - 4y = 10$
4. $.5y = .6x + 7$
5. $2y = 25$

V. Intercepción en el eje de x de una función lineal

Considera la función $y = f(x) = 3x - 6$

La calculadora puede hallar el intercepto en el eje de x de una función.

Método (usando el menú 2nd [CALC]):

1^o: Traza la gráfica de la ecuación.

Presiona: Y= 3 x,T,θ,n - 6 ENTER GRAPH

2^{do}: Determina el intercepto en el eje de x.

Presiona: 2nd TRACE 2

Mueve el cursor hasta el "Left Bound" deseado [El cursor debe aparecer en el punto (1.9148936, -2.553191)].

ENTER

Mueve el cursor hasta el "Right Bound" deseado [El cursor debe aparecer en el punto (2.1276596, .38297871)].

ENTER

ENTER

Después de presionar el último ENTER, debe aparecer en la parte inferior de la pantalla:

Zero

X = 2 Y = 0

Por lo tanto, la coordenada que representa el intercepto en el eje de x de la gráfica de la función $y = f(x) = 3x - 6$ es $(2,0)$.

Ejercicios:

Determina el intercepto en el eje de x de la gráfica de las siguientes funciones:

1. $y = f(x) = 8x - 2$

2. $y = g(x) = 12x - 20$

3. $y = h(x) = .4x + 16$

4. $y = f(x) = -5x + 38$

VI. La pendiente de una recta

La gráfica de una función lineal es una recta cuya ecuación se escribe de la forma $y = mx + b$. En los siguientes ejercicios descubrirás el efecto que produce en la gráfica si se varían los valores de m y de b.

1. Utiliza la calculadora para trazar las gráficas de las siguientes ecuaciones en el mismo sistema de coordenadas:

$$y = .25x + 2$$

$$y = .5x + 2$$

$$y = 3x + 2$$

$$y = 5x + 2$$

$$y = 2$$

a. Escribe el valor de m y de b para cada caso.

- a. Escribe el valor de m y de b para cada caso.
- b. Compara las gráficas y describe las diferencias y semejanzas.
- c. Si el valor de m es positivo, ¿a qué conclusión puedes llegar con respecto a la gráfica?

2. Utiliza la calculadora para trazar las gráficas de las siguientes ecuaciones en el mismo sistema de coordenadas:

$$y = -.25x + 2$$

$$y = -.5x + 2$$

$$y = -3x + 2$$

$$y = -5x + 2$$

$$y = 2$$

- a. Escribe el valor de m y de b para cada caso.
- b. Compara las gráficas y describe las diferencias y semejanzas.
- c. Si el valor de m es negativo, ¿a qué conclusión puedes llegar con respecto a la gráfica?

3. Utiliza la calculadora para trazar las gráficas de las siguientes ecuaciones en el mismo sistema de coordenadas:

$$y = 3x$$

$$y = 3x + 2$$

$$y = 3x + 5$$

$$y = 3x - 2$$

$$y = 3x - 5$$

- a. Escribe el valor de m y de b para cada caso.
- b. Compara las gráficas y describe las diferencias y semejanzas.
- c. Si el valor de b es positivo, ¿a qué conclusión puedes llegar con respecto a la gráfica?
- d. Si el valor de b es negativo, ¿a qué conclusión puedes llegar con respecto a la gráfica?

VII. Problemas de aplicación de la función lineal

Ejemplo:

Para una compañía, el costo total de producir x unidades de un producto está dado por $C(x) = 15x + 1,500$. Si la ecuación de ingreso es $R(x) = 20x$, determina el punto de empate.

1º. Escribe las dos funciones

2º. Ajusta el WINDOW:

$$X_{\min} = 0$$

$$X_{\max} = 500$$

$$X_{\text{scl}} = 100$$

$$Y_{\min} = 0$$

$$Y_{\max} = 10000$$

$$Y_{\text{scl}} = 2000$$

3º. Presiona:

Mueve el cursor sobre la primera gráfica, luego oprime ENTER.

Presiona ENTER.

[Después de presionar el último ENTER, debe aparecer en la parte inferior de la pantalla: Intersection $X = 300$ $Y = 6,000$].

Por lo tanto, el punto de empate es $(300; 6,000)$.

Problemas de aplicación de la función lineal

Resuelve los siguientes problemas:

1. Una compañía encuentra que el costo variable de producir un artículo es de \$9.50 por unidad y los costos fijos son de \$128,500.
 - a. Escribe una ecuación que exprese el costo total (C) de producir x unidades del artículo.
 - b. Usa la calculadora para trazar la gráfica de la función $C(x)$. Escribe la ventana ("window") que utilizaste.
 - c. Determina el costo de producir 1,500 unidades.
 - d. ¿Cuántas unidades se producen a un costo total de \$158,900?
 - e. Explica cómo cambia la gráfica de $C(x)$ si los costos fijos aumentan a \$158,000.
 - f. Explica cómo cambia la gráfica de $C(x)$ si el costo variable por unidad disminuye a \$6.50.
 - g. Utiliza la calculadora para verificar tu respuesta en las partes e y f.

2. El sueldo anual de un empleado de una compañía era de \$35,000 en el año 1990 y de \$43,000 en el 1994. Suponemos que la relación entre el sueldo (S) y los años transcurridos (t) es lineal, en donde $x = 0$ representa el año 1990. Determina lo siguiente:
- La ecuación que representa el sueldo anual del empleado como función de los años transcurridos.
 - Traza la gráfica de la función $S(t)$ utilizando la calculadora. Escribe la ventana que usaste.
 - ¿Qué significado tiene la pendiente?
 - ¿Cuál será el sueldo del empleado en el año 1998? (Utiliza el comando de TRACE).
 - ¿En qué año el sueldo será de \$59,000? (Utiliza el comando de TRACE).
3. El costo total de fabricar x unidades de cierto artículo está dado por la ecuación $C(x) = 7x + 96,000$. Los ingresos que se reciben al vender x unidades del producto están dados por la ecuación $R(x) = 15x$.
- Utiliza la calculadora para trazar las gráficas de la función de $C(x)$ y de $R(x)$ en el mismo sistema de coordenadas.
 - Determina el punto de empate. (Utiliza el comando 2nd [CALC]).
 - ¿En qué nivel de producción la compañía obtiene ganancias?
 - ¿En qué nivel de producción la compañía obtiene pérdidas?
 - ¿Cuál es la ganancia al producir y vender 15,000 unidades?
 - ¿Cuántas unidades se producen y venden si la ganancia es de \$144,000?

4. Una compañía compra una máquina en \$42,500. Al cabo de 6 años el valor de la máquina es de \$12,500.
 - a. Determina la ecuación que expresa el valor de la máquina (V) en términos de los años transcurridos (x), asumiendo que esta relación es lineal.
 - b. Usa la calculadora para trazar la gráfica de la función $V(x)$.
 - c. Utiliza la calculadora para estimar el valor de la máquina al cabo de 2 años y de 8 años.
 - d. Estima el año en donde el valor de máquina deprecia completamente.

5. Un banco paga el 5% de interés simple anual en una cuenta. Si se depositan \$2,000, determina lo siguiente:
 - a. La ecuación que expresa la cantidad acumulada (A) como función de los años transcurridos (t).
 - b. Traza la gráfica de la función A en la calculadora.
 - c. De la gráfica estima la cantidad acumulada después de 6 meses, 5 años y 10 años.
 - d. Utilizando la gráfica, estima el número de años que se requiere para acumular la cantidad de \$2,500.

6. Para cierta compañía la ecuación de demanda está dada por $p = -.2x + 18.2$.
 - a. Traza la gráfica de la ecuación en tu calculadora.
 - b. Usando la gráfica estima la demanda cuando el precio es de \$10.
 - c. Estima el precio cuando la demanda es de 50 unidades.

7. Una compañía produce x radios al mes. El costo variable por radio es de \$3.50 al mes y los costos fijos son de \$10,200 al mes. Si cada radio se vende a \$12.
- Determina la ecuación del costo total y del ingreso.
 - Usa la calculadora para trazar la gráfica de las ecuaciones de costo y de ingreso en la misma pantalla. Determina el punto de empate.
 - Halla la ecuación de la ganancia. Traza la gráfica de ésta en la misma pantalla que la de ingreso y de costo.

Compara el punto de empate y el punto donde la gráfica de la ganancia corta el eje de x . ¿A qué conclusión puedes llegar?

8. Un producto se puede fabricar usando la máquina A ó la máquina B. La compañía estima que los costos fijos al usar la máquina A son de \$8,200 a la semana, mientras que al usar la máquina B son de \$5,350. Los costos variables de fabricar cada unidad usando la máquina A y la B son \$7.25 y \$11.20, respectivamente. El producto se vende a \$24.45 cada unidad.
- Escribe la ecuación del costo y del ingreso para cada máquina.
 - Usa la calculadora para trazar la gráfica de las funciones de costo y de ingreso en el mismo sistema de coordenadas.
 - De acuerdo a la gráfica, determina cuál máquina es más conveniente usar si las ventas proyectadas son de 420, 500 y 950 unidades.
 - Para cada uno de los casos de la parte c determina la ganancia.

VII. Otras funciones y sus aplicaciones

Al igual que para la función lineal la calculadora gráfica efectúa las mismas operaciones para otros tipos de funciones como las que se discutirán a continuación.

A. Función cuadrática:

1. Vértice de la parábola

Una de las utilidades de la calculadora gráfica relacionada con la función cuadrática es que ésta permite determinar el vértice de la parábola. Una de las maneras para determinar el vértice consiste en el uso de la operación CALC.

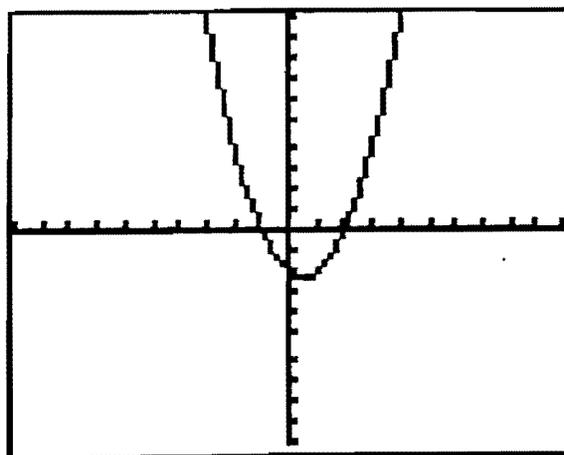
Considera la función $y = f(x) = x^2 - x - 2$, para determinar el vértice debes saber si la parábola abre hacia arriba (punto mínimo) o hacia abajo (punto máximo). En este caso, la parábola abre hacia arriba por lo cual tendrá un punto mínimo. Prosigue como sigue:

1^{ro} : Traza la gráfica de la función.

Presiona:

$\boxed{Y=}$ $\boxed{x,T,\theta,n}$ $\boxed{X^2}$ $\boxed{-}$
 $\boxed{x,T,\theta,n}$ $\boxed{-}$ $\boxed{2}$ \boxed{GRAPH}

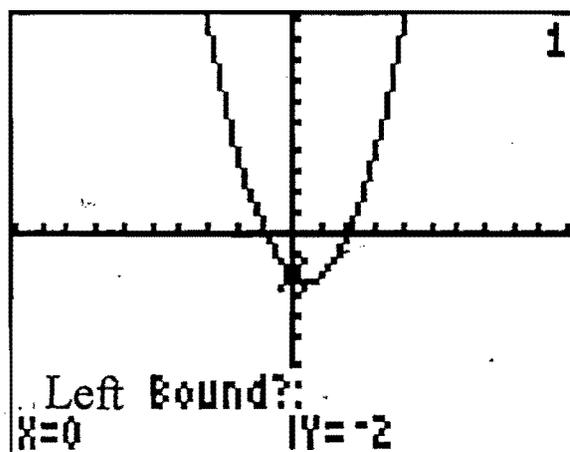
Aparece en la pantalla:



2^{do}: Oprime las teclas:

2nd TRACE 3

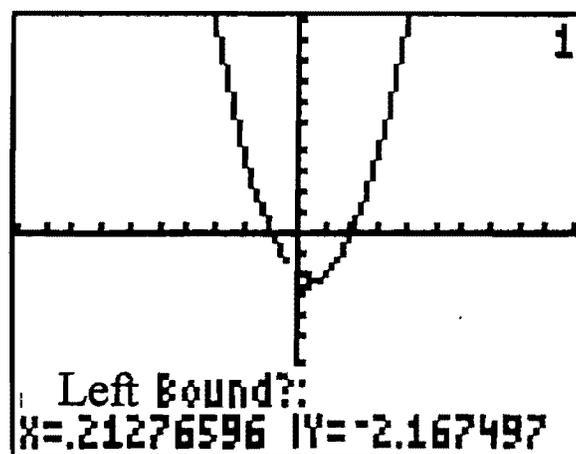
Aparece en la pantalla:



3^{ro}:

Selecciona el "Left Bound" deseado. Esto es, mueve el cursor a la izquierda del punto mínimo de la parábola. En este caso el "Left Bound" debe estar localizado en $x = .21276596$ y $y = -2.167497$. Luego, presionas ENTER.

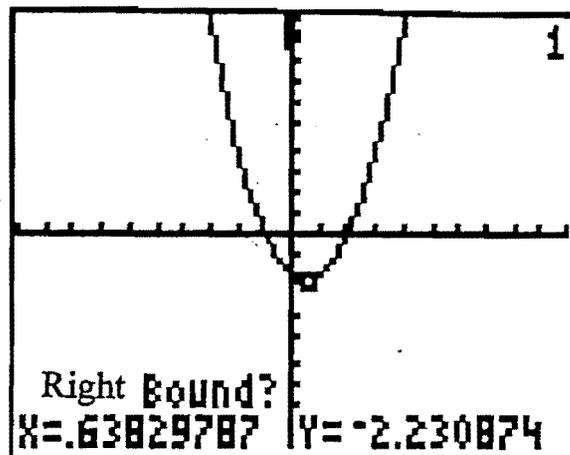
Aparece en la pantalla:



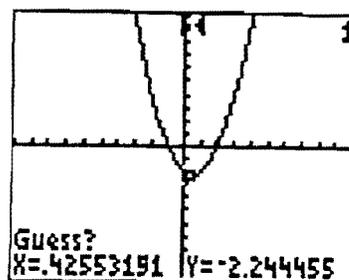
4^o :

Selecciona el " Right Bound" deseado. Esto es, mueve el cursor a la derecha del punto mínimo de la parábola. En este caso el " Right Bound" debe estar ubicado en $x = .63829787$ y $y = -2.230874$. Luego, presionas ENTER.

Aparece en la pantalla:

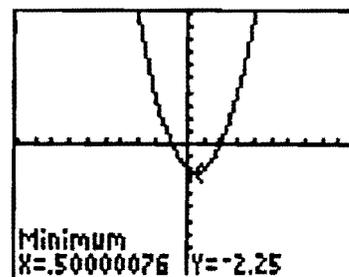


5^o : Selecciona el "Guess" deseado. Esto es, mueve al punto mínimo de la parábola. En este caso el "Guess" debe estar ubicado en $x = .42553191$ y $y = -2.244455$.



Luego, presionas ENTER (2 veces). Al hacer este último paso aparece en la parte inferior de la pantalla:

Minimum
 $x = .50000076$ $y = -2.25$



Lo cual indica que el vértice de la parábola es $(.5, -2.25)$.

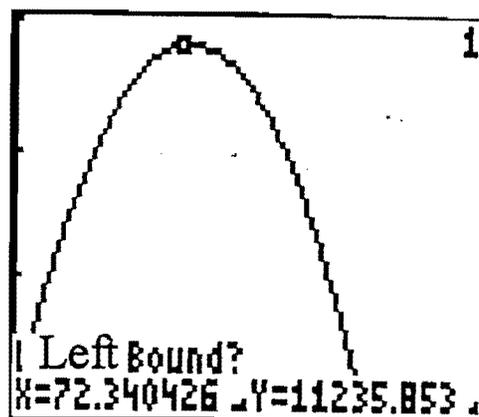
3^o.

Aparece en la pantalla:

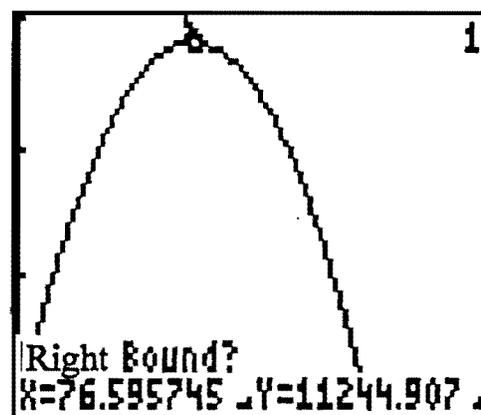
Presiona:

2nd	Trace	4
-----	-------	---

Mueve el cursor hasta el
 “ Left Bound” deseado
 [El cursor debe aparecer
 en el punto
 (72.340426, 11235.853)].
 Luego, oprime ENTER.

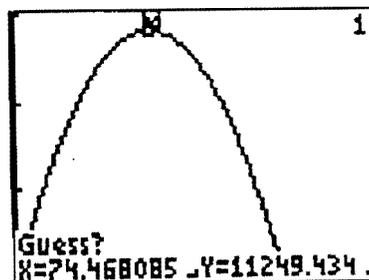


Mueve el cursor hasta el
 “ Right Bound” deseado
 [El cursor debe aparecer
 en el punto
 (76.595745, 11244.907)].
 Luego, oprime ENTER.



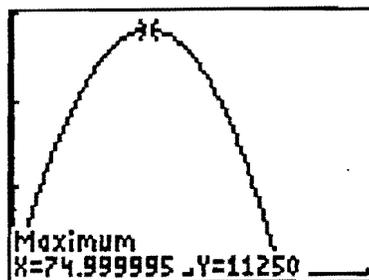
Aparece en la pantalla:

Mueve el cursor hasta el "Guess" deseado. El cursor debe aparecer en el punto (74.468085, 11249.434).



Luego, oprime ENTER (2 veces). Después de presionar el último ENTER, debe aparecer en la parte inferior de la pantalla:

Maximum
 $X = 74.999995$ $Y = 11,250$



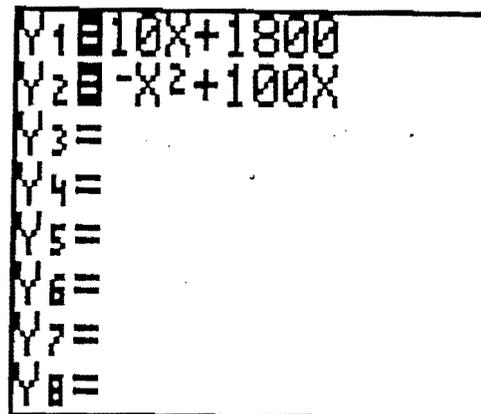
Por lo tanto, el ingreso se maximiza cuando se venden 75 unidades y el ingreso máximo es de \$11,250.

- b. Para una compañía, el costo total de producir x unidades de un producto está dado por $C(x) = 10x + 1,800$. Si la ecuación de ingreso es $R(x) = -x^2 + 100x$, determina los puntos de empate.

1^o.

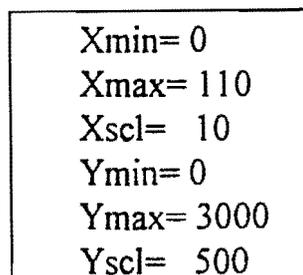
Aparece en la pantalla:

Escribe las dos funciones



2^o.

Ajusta el WINDOW y luego oprime GRAPH.

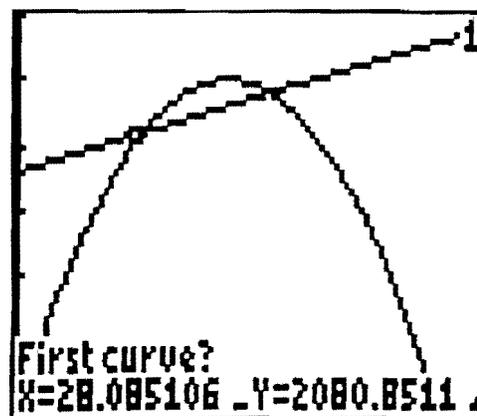


3^o.

Aparece en la pantalla:

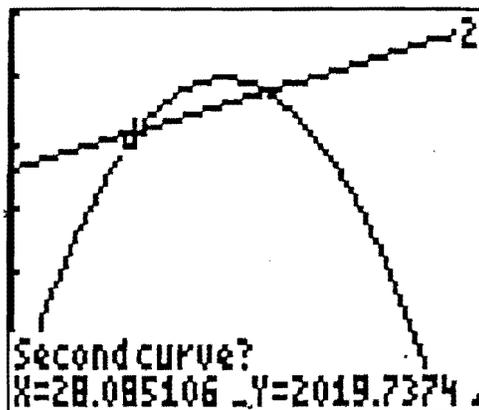
Presiona:

- Mueve el cursor cerca de la primera intersección (lado izquierdo). Selecciona la primera gráfica, luego oprime ENTER.

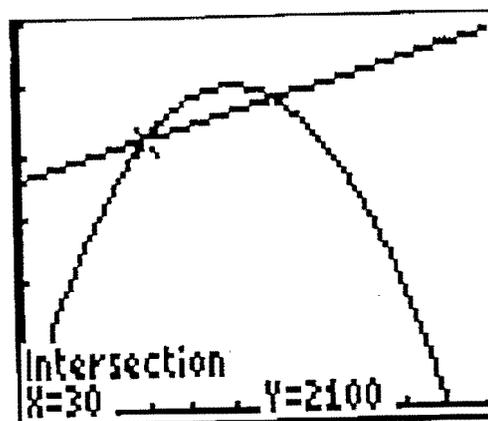


Aparece en la pantalla:

- Selecciona la segunda gráfica, luego oprime ENTER.



- Presiona ENTER nuevamente. Después de presionar el último ENTER, debe aparecer en la parte inferior de la pantalla:
Intersection
X = 30 Y = 2,100



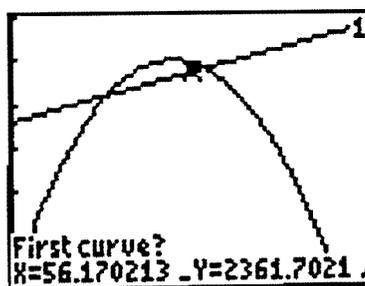
Oprime **CLEAR**.

4^{to}.

Presiona:

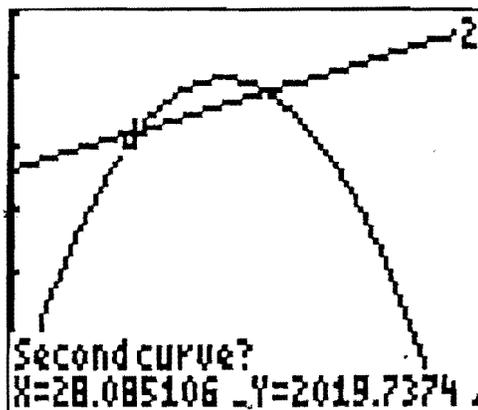
2nd **TRACE** **5**

- Mueve el cursor cerca de la segunda intersección (lado derecho). Selecciona la primera gráfica, luego oprime ENTER.

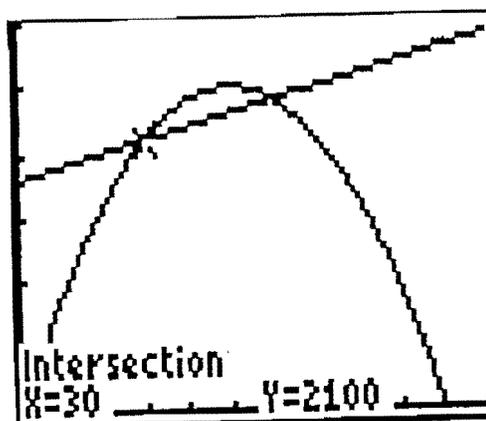


Aparece en la pantalla:

- Selecciona la segunda gráfica, luego oprime ENTER.



- Presiona ENTER nuevamente. Después de presionar el último ENTER, debe aparecer en la parte inferior de la pantalla:
Intersection
X = 30 Y = 2,100



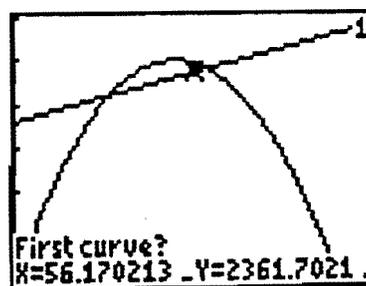
Oprime **CLEAR**.

4^{to}.

Presiona:

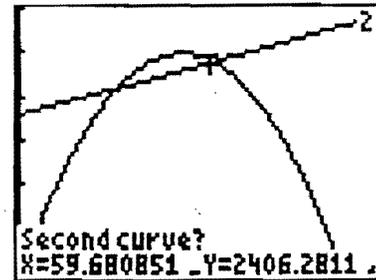
2nd **TRACE** **5** .

- Mueve el cursor cerca de la segunda intersección (lado derecho). Selecciona la primera gráfica, luego oprime ENTER.



Aparece en la pantalla:

- Selecciona la segunda gráfica, luego oprime ENTER.



Presiona ENTER, nuevamente.
Después de presionar el último
ENTER, debe aparecer en la
parte inferior de la pantalla:
Intersection
X = 60 Y = 2,400

Por lo tanto, los puntos de empate son: (30; 2,100) y (60; 2,400)

3. Cómo hallar los interceptos en el eje de x de una función cuadrática

Considera la función $y = f(x) = 2x^2 + 3x - 5$.

Método (usando el menú 2nd [CALC]):

1^{ro} : Traza la gráfica de la ecuación.

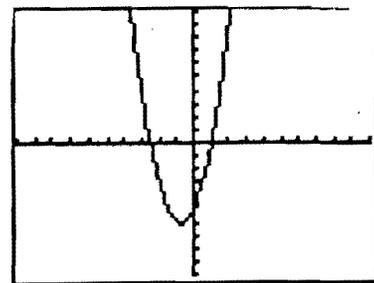
Presiona:

Y = 2 x,T,θ,n X²

+ 3 x,T,θ,n - 5

GRAPH

Aparece en la pantalla:



2^{do} : Determina el intercepto en el eje de x.

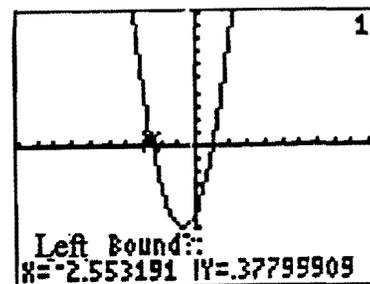
• Presiona:

2nd TRACE 2

```

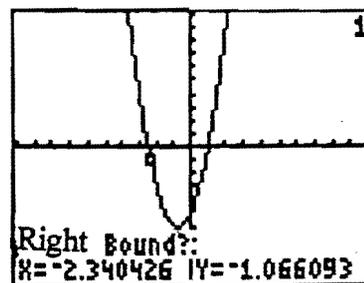
MATH>
1:value
2:zero
3:minimum
4:maximum
5:intersect
6:dy/dx
7:∫f(x)dx
  
```

- Mueve el cursor hasta el " Left Bound" deseado. El cursor debe aparecer en el punto $(-2.553191, .37799909)$. Luego oprime ENTER.



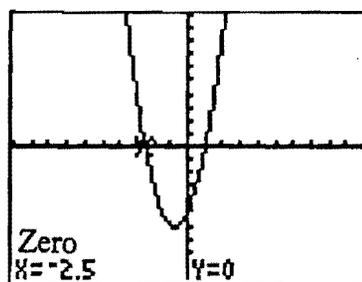
Aparece en la pantalla:

- Mueve el cursor hasta el "Right Bound" deseado. El cursor debe aparecer en el punto $(-2.340426, -1.066093)$.



Luego oprime ENTER,
ENTER.

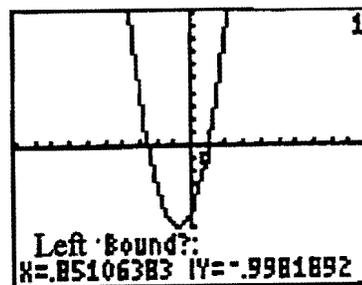
Después de presionar el
último ENTER, debe
aparecer en la parte inferior
de la pantalla:



Zero
 $X = -2.5$ $Y = 0$

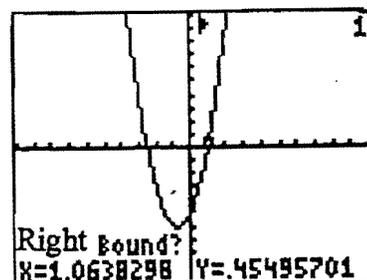
3^o: Determina el otro intercepto.

- Presiona:
-
- Mueve el cursor hasta el "Left Bound" deseado. El cursor debe aparecer en el punto $(.85106383, -.9981892)$. Luego oprime ENTER.



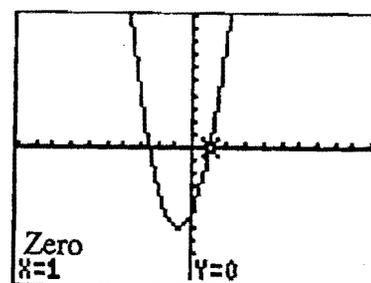
Aparece en la pantalla:

- Mueve el cursor hasta el "Right Bound" deseado. El cursor debe aparecer en el punto (1.0638298, .45495701).



Luego, presionas
ENTER, ENTER.

Después de presionar el último
ENTER, debe aparecer en la
parte inferior de la pantalla:



Zero

$$X = 1 \quad Y = 0$$

Por lo tanto, las coordenadas de los interceptos en el eje de x de la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ son $(-2.5, 0)$ y $(1, 0)$.

B. Función racional:

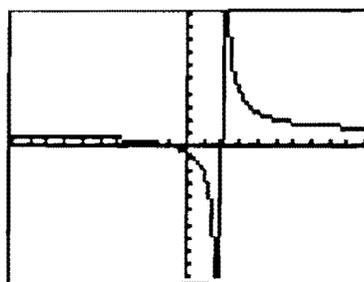
Considera la función $y = f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ para determinar lo siguiente:

1. Evaluar un número: [2nd TRACE 1]

Recuerda que para evaluar un número, primero tienes que escribir la función presionando $Y=$, en este caso debes usar paréntesis para escribir el numerador y el denominador; esto es:

Aparece en la pantalla:

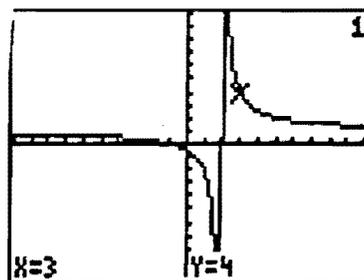
Y= ([x,T,θ,n] + 1)
 ÷ ([x,T,θ,n] - 2)
 GRAPH



Luego, presionas las teclas:

2nd TRACE 1

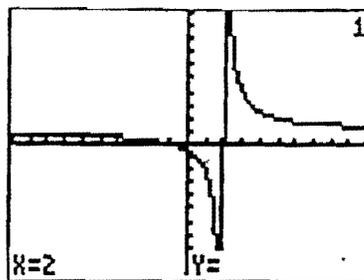
Escribe el número que deseas evaluar, por ejemplo, $x = 3$. Luego de escribir el 3 se oprime ENTER. Al realizar este último paso verás en la parte inferior de la pantalla el valor de la y correspondiente ($y = 4$) y el cursor parpadeando en el punto $(3, 4)$.



Aparece en la pantalla:

Al evaluar la función para $x = 2$, se observa que el valor correspondiente de y se queda en blanco. Esto se debe a que la función $y = f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

no está definida para $x = 2$. De hecho, $x = 2$ representa la asíntota vertical de la función.



2. Observar la tabla [2nd Graph]

Si se considera el ejemplo anterior y se desea obtener la tabla de valores se deben oprimir las teclas 2nd Graph. En este caso, se observa que para el valor de $x = 2$, aparece la palabra ERROR en el valor de y correspondiente. Esto quiere decir que la función no está definida para $x = 2$.

X	Y1	
-2	.25	
-1	0	
0	-.5	
1	-2	
2	ERROR	
3	4	
4	2.5	

X=2

3. Asintota horizontal

La asíntota horizontal de una función racional se puede determinar usando la calculadora gráfica, ya sea analizando la gráfica o mediante la tabla de valores. Para analizar la gráfica debes observar hacia qué valor se acerca (o se aproxima) el valor de y a medida que x se acerca a valores excesivamente grandes (positivo infinito) o x se acerca a valores excesivamente pequeños (negativo infinito).

En el ejemplo anterior de la función $y = f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

la asíntota horizontal se puede determinar de la siguiente manera:

Aparece en la pantalla:

1^{ro} :

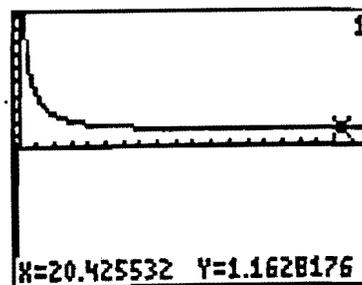
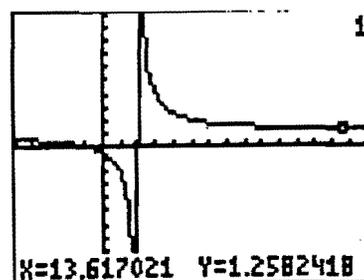
Escribe la función en la pantalla de gráfica (oprimiendo $Y=$).

```

Y1=(X+1)/(X-2)
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
Y8=
  
```

2^{do} : Oprime la tecla **TRACE** .

3^{ro} : Mueve el cursor hacia la derecha (lo más que puedas) y observa los valores que se obtienen para la variable dependiente y .



Nota: Al llevar a cabo este último paso observas que a medida que los valores de x aumentan excesivamente, los valores de y correspondientes se van aproximando a 1. Precisamente esta es la asíntota horizontal de la gráfica de la función.

De igual manera, si se mueve el cursor hacia la izquierda, se observa que a medida que los valores de x disminuyen excesivamente (ó x se aproxima a negativo infinito), los valores de y correspondientes se van aproximando a 1.

Otra manera de determinar la asíntota horizontal de una función es mediante el análisis de la tabla de valores.

Aparece en la pantalla:

1^o: Escribe la función en la pantalla de gráfica (oprimiendo $Y=$).

Y1	$(X+1)/(X-2)$
Y2	=
Y3	=
Y4	=
Y5	=
Y6	=
Y7	=
Y8	=

2^o: Ajusta la tabla de valores de modo que el incremento en x sea grande. Por ejemplo, si se considera la función anterior podemos dejar que el incremento en x sea de 100; esto es:

TABLE SETUP		
Tbl Start	=	0
Δ Tbl	=	100
Indpnt:	Auto	Ask
Depend:	Auto	Ask

Aparece en la pantalla:

3^o: Oprime las teclas 2nd GRAPH para observar la tabla de valores.

X	Y1	
0	-5	
100	1.0306	
200	1.0152	
300	1.0101	
400	1.0075	
500	1.006	
600	1.005	
X=0		

- 4^{to}: Mueve el cursor hacia abajo (lo más que puedas) de modo que puedas observar el valor al cual se aproxima la variable y a medida que x asume valores excesivamente grandes. De igual manera, puedes mover el cursor hacia arriba para observar el valor al cual se aproxima la variable y a medida que x asume valores excesivamente pequeños (x se aproxima a negativo infinito).

C. Función partida

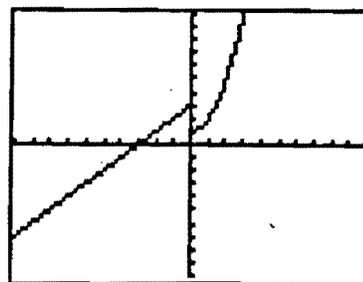
Considera la función $Y = f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- Traza la gráfica de la función.

Presiona:

$\boxed{Y=}$ $\boxed{(}$ $\boxed{x,T,\theta,n}$ $\boxed{+}$ $\boxed{3}$ $\boxed{)}$
 $\boxed{\div}$ $\boxed{(}$ $\boxed{x,T,\theta,n}$ $\boxed{2nd}$ \boxed{MATH}
 $\boxed{5}$ $\boxed{0}$ $\boxed{)}$ \boxed{ENTER} $\boxed{(}$ $\boxed{x,T,\theta,n}$
 $\boxed{X^2}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{(}$ $\boxed{x,T,\theta,n}$
 $\boxed{2nd}$ \boxed{MATH} $\boxed{4}$ $\boxed{0}$ $\boxed{)}$
 \boxed{GRAPH}

Aparece en la pantalla:



- Presiona la tecla TRACE (para mover el cursor a lo largo de la gráfica). Si llevas el cursor al punto donde $x=0$ en la primera función observas que el valor correspondiente de la y no aparece. Esto indica que la primera función no está definida para ese valor. Por otro lado, si llevas el cursor al punto donde $x=0$ en la segunda función observas que el valor correspondiente de la y es igual a 1.

Aparece en la pantalla:

- Oprime las teclas 2nd Graph para obtener la tabla de valores.

X	Y ₁	Y ₂
-4	-1	ERROR
-3	0	ERROR
-2	1	ERROR
-1	2	ERROR
0	ERROR	1
1	ERROR	2
2	ERROR	5

X = -4

Observa que en la primera función aparece la palabra ERROR en los valores de y cuando los valores de x son mayores ó igual que 0. Esto se debe a que la función no está definida para esos valores. Por otro lado, en la segunda función aparece la palabra ERROR en los valores de y cuando los valores de x son menores que 0 debido a que no está definida para esos valores.